

Geometrie

Blatt 13

WiS 2025/26 — H. Kiechle

Präsenzaufgaben

64. Es sei (P, \mathfrak{G}) ein Inzidenzraum und $U := \overline{\{x, y, z\}} \subseteq P$ eine projektive Ebene. Dann gilt $U = \overline{\{a, b, c\}}$ für alle nicht kollinearen Punkte $a, b, c \in U$.

65. Wahr oder falsch?

- (a) Jede Bewegung in einer euklidischen Ebene kann
 - i. als Produkt von höchstens drei Geradenspiegelungen dargestellt werden;
 - ii. als Produkt von mindestens drei Geradenspiegelungen dargestellt werden;
 - iii. als Produkt von genau drei Geradenspiegelungen dargestellt werden;
 - iv. eindeutig als Produkt von Geradenspiegelungen dargestellt werden.
- (b) Affine Ebenen liefern die einzigen perfekten symmetrischen Authentikationssysteme.

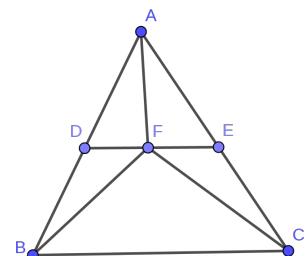
Aufgaben (freiwillig, keine Abgabe)

66. Für jedes endliche Netz (K, \mathfrak{G}) existiert ein $q \in \mathbb{N}$, sodass gilt

- (a) \parallel ist eine Äquivalenzrelation auf \mathfrak{G} (Def. wie für affine Ebenen). Die Äquivalenzklassen werden mit $[G]$ bezeichnet.
- (b) $\forall G \in \mathfrak{G} : |G| = q$.
- (c) $\forall G \in \mathfrak{G} : |[G]| = q$.
- (d) $|K| = q^2$.
- (e) $\forall x \in K : r := |\{G \in \mathfrak{G}; x \in G\}| = |\mathfrak{G}/\parallel| \leq q + 1$.
- (f) Im Fall $r = q + 1$ ist (K, \mathfrak{G}) eine affine Ebene.

67. Die nebenstehende Graphik zeigt einen Inzidenzraum (P, \mathfrak{G}) (Nachweis?).

- (a) Bestimmen Sie die Unterräume $U = \overline{\{A, B, C\}}$ und $V = \overline{\{A, B, F\}}$.
- (b) Vergleichen Sie mit Aufgabe 64.



bitte wenden!

68. Frei nach einem Schulbuch

Sei (a, b, c) ein Dreieck, d.s. drei nicht kollineare Punkte, in der Ebene mit Kongruenz (E, \mathfrak{G}) .

- (a) Falls die Mittellote M_c bzw. M_b von a, b bzw. a, c einen Schnittpunkt m haben, so gilt für das Mittellot M_a von b, c auch $m \in M_a$.

Bemerkung: In euklidischen Ebenen existiert m immer.

$H_a := \{a \perp \overrightarrow{b,c}\}$ heißt **Höhe** durch a . Analog sind die Höhen durch b und c definiert.

- (b) Falls (E, \mathfrak{G}) eine euklidische Ebene ist, besitzen alle Höhen des Dreiecks (a, b, c) einen gemeinsamen Schnittpunkt.

69. Drei Kleinstädte mit den Koordinaten $(0, 0)$, $(1, 0)$ und $(4, 2)$ wollen ein gemeinsames Krankenhaus mit Notaufnahme bauen. Damit alle Bürger*innen gleich behandelt werden, soll das Gebäude von allen Städten gleich weit entfernt sein. Können Sie den Planern einen Rat geben?

70.* Beschreiben Sie alle Symmetrien der unten stehenden „Bordüre“.

