Geometrie II

Blatt 4 SoS 2007 — H. Kiechle

Präsenzaufgabe

13. Es sei $(E, \mathfrak{G}, \equiv)$ eine Ebenen mit Kongruenz, die die Eigenschaft $\forall a, b \in E : \mathcal{E}(a, b)$ aus Aufgabe I.52 besitzt. Für verschiedene $a, b \in E$ und $x, y \in E \setminus \overline{a, b}$ gelte $(a, x) \equiv (b, y)$ und $\overline{a, x}$, $\overline{b, y} \perp \overline{a, b}$, dann ist $(a, y) \equiv (b, x)$.

Hausaufgaben

14. Vollenden Sie den Beweis von (7.15.1):

(a) Diskutieren Sie die Fälle $x \in \{a, b, c\}$.

(b) Begründen Sie genau, warum man keine Fallunterscheidung für y braucht.

15. Sei $(E, \mathfrak{G}, \equiv)$ eine Ebene mit Kongruenz. Für zwei Geraden G, H und $a, a' \in G$, $b, b' \in H$ alle verschieden gilt

(a) $(a, b) \equiv (b, a') \equiv (a', b') \equiv (b', a)$ genau dann, wenn $G(b) = b'$ und $H(a) = a'$.

(b) Ist (a) erfüllt, so gilt $G \perp H$, $\overline{a, b} \cap \overline{a', b'} = \varnothing$, und $\overline{a, b'} \cap \overline{a', b} = \varnothing$

(c) Interpretieren Sie das Ergebnis umgangssprachlich in der Anschauungsebene.

16. Sei $(E, \mathfrak{G})$ eine halbgeordnete Ebene mit Kongruenz, die die Bedingung (WA) erfüllt. Weiter sei $G \in \mathfrak{G}$, $a \in G$ und $b \in E \setminus G$ mit $\overline{a, b} \perp G$.

(a) $(a|b, x) = 1 \implies (a|G(b), G(x)) = 1$.

(b) $G(\overrightarrow{a, b}) = \overset{\,\hat{}}{\overrightarrow{a, b}} = \overrightarrow{a, G(b)}$.