Geometrie II

Blatt 2 SoS 2007 — H. Kiechle

Präsenzaufgabe

5. Sei $(P, \mathfrak{G})$ ein Inzidenzraum mit einer Zwischenfunktion $\zeta : P^{(3)} \to \{1, -1\}$, für die das Axiom (A2) gilt, sowie

(PA)' $\forall a, b, c \in P$ nicht kollinear und jede Gerade $G \in \mathfrak{G}(\overline{a, b, c})$ mit $a, b, c \notin G$ gilt: $G \cap \,]a, b[\, \neq \varnothing \implies G \cap \,]a, c[\, \neq \varnothing$ oder $G \cap \,]b, c[\, \neq \varnothing$.

Dann ist $(P, \mathfrak{G}, \zeta)$ ein angeordneter Raum.

Hausaufgaben

6. (3 Punkte) Sei $(P, \mathfrak{G}, \zeta)$ ein angeordneter Raum, und $a, b, c, d \in P$ kollinear und verschieden. Aus $(b|a, c) = -1$ und $(d|a, c) = 1$ folgt $(d|a, b) = 1$.

7. (3 Punkte) Die „natürliche“ Zwischenfunktion eines affinen Koordinatenraumes über einem angeordneten, kommutativen Körper (vgl. (7.3.3)) erfüllt (A2).

8. (6 Punkte) Im halbgeordneten Raum $(P, \mathfrak{G}, \zeta)$ seien (a, b, c), $(a', b', c') \in P^{(3)}$, $b \neq b'$, und $\overline{a, b} \cup \overline{a', b'}$ spanne eine Ebene auf (d. h. a, b, b' sind nicht kollinear und $a' \in \overline{a, b, b'}$).

(a) Im Fall $a \neq a'$ und $\overline{a, a'} \cap \overline{b, b'} = \varnothing$ gelte $c = c'$ oder $\overline{a, a'} \cap \overline{c, c'} = \varnothing$, dann ist $(a|b, c) = (a'|b', c')$.

(b) Sei $(P, \mathfrak{G}, \zeta)$ ein angeordneter Raum und gelte $a = a'$ und $\overline{b, b'} \cap \overline{c, c'} = \varnothing$. Dann hat man ebenfalls $(a|b, c) = (a|b', c')$.

(c) Zeige an einem Beispiel in $\mathbb{R}^3$, dass die Voraussetzung „$\overline{a, b} \cup \overline{a', b'}$ spannt eine Ebene auf“ wirklich nötig ist.

Hinweis: Das ist (7.6) aus der Vorlesung.