Prof. Dr. Bernd Siebert
Dr. Jan Christian Rohde

Übungsaufgaben 56-59 zur Abgabe zu Beginn der Vorlesung am 15.04.2011.
Sie können die Lösungen in Zweiergruppen erstellen. Alle Personen müssen dann aber der gleichen Übungsgruppe angehören.

Aufgabe 56:(*10 Punkte*)
Berechnen Sie die inverse Matrix M^{-1} von

$$M = \begin{pmatrix} -1 & 2 & 2 \\ 0 & 1 & 0 \\ 3 & -2 & -5 \end{pmatrix} \in \mathrm{Mat}(3, \mathbb{R})$$

mit Hilfe der Cramerschen Regel.

Aufgabe 57:(*10 Punkte*)
Berechnen Sie die Determinante von

$$M = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ -4 & 2 & 0 & 1 & 2 & 0 & 1 \\ 3 & -5 & 2 & 2 & 4 & 1 & -2 \\ 2 & 3 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 1 & 1 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & -2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 1 & 2 & 0 & -3 \end{pmatrix} \in \mathrm{Mat}(7, \mathbb{R}).$$

(Hinweis: Wenden Sie mehrfach den Entwicklungssatz von Laplace an.)

Aufgabe 58:(*6 Punkte*)
Sei $F : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ definiert durch

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \mapsto \begin{pmatrix} -3 & 0 & -4 \\ -5 & 2 & -4 \\ 2 & 0 & 3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}.$$

Beweisen Sie:

$$P_F(t) = (-t-1)(-t+1)(-t+2)$$

Aufgabe 59:(*10+4 Punkte*)
Sei $F : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ definiert wie in Aufgabe 58.

a) Bestimmen Sie Eigenwerte und die zugehörigen Eigenvektoren von F.

b) Geben Sie eine darstellende Matrix von F in Diagonalgestalt an.

(Hinweis: Benutzen Sie das Resultat von Aufgabe 58.)

Dpt. Mathematik, AD · Geom. 216 · jan.christian.rohde@math.uni-hamburg.de · www.math.uni-hamburg.de/home/j.c.rohde