

Übungsaufgaben 52-55 zur Abgabe zum ersten Freitag in der Vorlesungszeit des Sommersemesters.

Sie können die Lösungen in Zweiergruppen erstellen. Alle Personen müssen dann aber der gleichen Übungsgruppe angehören.

Aufgabe 52:(5 Punkte)

Schreiben Sie

$$\tau = (1\ 3\ 4\ 2) \in S_4$$

als Produkt von Transpositionen.

Aufgabe 53:(10 Punkte)

Berechnen Sie die inverse Matrix von

$$M = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 2 & 0 & -1 \\ -1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \in \text{GL}(3, \mathbb{R}).$$

Aufgabe 54:(5+5+5 Punkte)

Berechnen Sie die Determinanten der folgenden Matrizen in $\text{Mat}(5, \mathbb{R})$:

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & -2 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 2 & 0 \\ 2 & 3 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & -1 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 & 3 & 2 \\ 0 & 2 & -1 & 1 & 3 \\ 2 & 4 & 3 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & -1 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

Aufgabe 55:(10 Punkte)

Sei \mathbb{K} ein Körper und

$$M = \begin{pmatrix} 1 & x_1 & \dots & x_1^{n-1} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ 1 & x_n & \dots & x_n^{n-1} \end{pmatrix} \in \text{Mat}(n, \mathbb{K}).$$

Beweisen Sie mit vollständiger Induktion:

$$\det(M) = \prod_{1 \leq i < j \leq n} (x_j - x_i)$$