Prof. Dr. Bernd Siebert
Dr. Jan Christian Rohde

Übungsaufgaben 28-31 zur Abgabe zu Beginn der Vorlesung am 17.12.2010.
Sie können die Lösungen in Zweiergruppen erstellen. Alle Personen müssen dann aber der gleichen Übungsgruppe angehören.

Aufgabe 28:(10×1 *Punkte*)
Berechnen Sie die jeweiligen Ableitungen der folgenden Funktionen (Sie brauchen die jeweiligen Definitionsbereiche nicht anzugeben):

$$\cos^2((x-1)^3), \quad \ln(x^4+2x^2+3x+2), \quad \frac{1}{\sqrt{\sin(\cos(x))}}, \quad \cot(x), \quad \frac{\sin(x)}{\sqrt[3]{1+\exp(x^2)}},$$

$$(x^x)^x, \quad \ln(x^x), \quad \ln(\sqrt{x^2+1}), \quad \exp(3\ln((x+2)^2)), \quad \exp(x)^x$$

Aufgabe 29:(*5+5 Punkte*)
Bestimmen Sie alle lokalen Minima und Maxima von:

a) $f : [-1,1] \to \mathbb{R}, \quad f(x) = x\exp(-x^2)$

b) $g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}, \quad g(x) = \cos\left(\frac{2x}{x^2+1}\right)$

Aufgabe 30:(*4+6 Punkte*)
Sei

$$f(x) = \sin(\ln(x)).$$

a) Berechnen Sie das Taylor-Polynom $T_2(x)$ von f an der Stelle $x_0 = 1$.

b) Beweisen Sie, dass

$$|T_2(x) - f(x)| < \frac{1}{100}$$

für $|x-1| \leq \frac{1}{10}$.

Aufgabe 31:(*10 Punkte*)
Seien $f, g : [a,b] \to \mathbb{R}$ stetige Funktionen, die differenzierbar auf (a,b) sind. Beweisen Sie, dass es eine Stelle $x_0 \in (a,b)$ gibt, für die gilt:

$$g'(x_0)\big(f(a) - f(b)\big) = f'(x_0)\big(g(a) - g(b)\big)$$

Dpt. Mathematik, AD · Geom. 219 · jan.christian.rohde@math.uni-hamburg.de · www.math.uni-hamburg.de/home/j.c.rohde