

Übungen zu Stochastische Prozesse II

Aufgabenblatt 12:

Aufgabe P 12.1 (Präsenzaufgabe):

Modellieren Sie ein einfaches Produktions-Lagerhaltungs-Problem zur Anwendung von Stochastischer Dynamischer Optimierung.

Aufgabe P 12.2:

Gegeben sei folgender (vereinfachter) Geschäftsverlauf eines Betriebs:

Das Geschäft laufe gut ($i = 1$) oder schlecht ($i = 2$).

Der Gewinn je Monat bei „gut“ sei 6 GE, bei „schlecht“ -3 GE.

Eine Werbeaktion koste (je Monat) 2 GE.

Die W., mit einer Werbeaktion bei „gut“ zu bleiben, sei 0.8, ohne 0.5,

die W., von „schlecht“ nach „gut“ zu kommen, sei mit Aktion 0.7, ohne 0.4.

Der Restwert nach N Monaten werde mit 0 GE angesetzt.

- Formulieren Sie ein geeignetes Modell $(\mathcal{S}, \mathcal{D}, (p_{ij}(u)), (c(i, u)), (\Phi(i)), N)$.
- Bestimmen Sie mit diesem Modell eine optimale Politik (Steuerung) für N Monate, $N = 1, 2, 3, 4$, und die zugeh. Wertfunktionen $(V_N(i))$.
- Versuchen Sie, aufgrund der optimalen Wertfunktionen aus (b) die entsprechende Wertfunktion für $N = 10$ zu schätzen.

Aufgabe P 12.3:

Zeigen Sie, dass für die Bewegungsgleichung (1.4) der Vorlesung

$$dX_t = a(X_t, \hat{u}(X_t, t), t) dt + b(X_t, \hat{u}(X_t, t), t) dW_t$$

die Bedingungen (s.u.) für die Existenz einer Lösung einer allgemeinen Stochastischen Differentialgleichung (StDgl)

$$dX_t = \bar{a}(X_t, t) dt + \bar{b}(X_t, t) dW_t \quad (X_0 \text{ gegeben}),$$

erfüllt sind, wenn die Bedingungen an a, b, \hat{u} aus der Vorlesung gelten.

Die Bedingungen für eine allgemeine StDgl lauten:

Für ein geeignetes K und für alle x, y, t gilt

$$\|\bar{a}(x, t) - \bar{a}(y, t)\| \leq K(\|x - y\|), \quad \|\bar{b}(x, t) - \bar{b}(y, t)\| \leq K(\|x - y\|),$$

$$\|\bar{a}(x, t)\| \leq K(1 + \|x\|), \quad \|\bar{b}(x, t)\| \leq K(1 + \|x\|).$$