

Übungen zu Stochastische Prozesse I

Präsenzaufgabenblatt 8:

Besprechung am Montag, 12.12.05

Aufgabe P 8.1: (vgl. Aufg. P 6.2)

- (a) Skizzieren Sie $t \rightarrow F^{0*}(t)$. Was ergibt $G * F^{0*}(t)$?
- (b) Vergleichen Sie die Erneuerungsfunktionen U_F zu $Y_1 \sim F, Y_2 \sim F$ und U_0 zu $Y_1 \equiv 0, Y_2 \sim F$ (Darstellung durch F).

Aufgabe P 8.2:

Sei $Y_2 \sim F$ und Y_1^{st} besitze die stationäre Startverteilung mit $\forall f G_F$ und es sei $\mu := EY_2 < \infty, \sigma^2 := \text{Var } Y_2$.

Zeigen Sie: $EY_1^{\text{st}} = \frac{1}{2\mu}(\sigma^2 + \mu^2)$.

Hinweis: Benutzen sie die Riemann-Dichte zu G_F und den Satz von Fubini.

Aufgabe P 8.3:

Zeigen Sie für einen Erneuerungsprozess (S_n) und $U_0 := \sum_{n=0}^{\infty} F^{n*}$:

$$U(t) = E(U_0(t - Y_1)) \quad (t \geq 0).$$

Hinweis: Veranschaulichen Sie sich diese Aussage anhand einer entsprechenden Skizze.

Stellen Sie dann N_t und $E(N_t | Y_1 = s)$ mit $S_n = Y_1 + S'_n$ dar.

Bemerkung: Analog zeigt man $U(s+t) - U(s) = E(U_0(t - V_s)) \quad (s, t \geq 0)$.