

Übungen zu Stochastische Prozesse I

Präsenzaufgabenblatt 7:

Besprechung am Montag, 05.12.05

Aufgabe P 7.1: (vgl. Aufg. P 6.2)

Zeigen Sie im Beispiel B 2 ($P^{Y_1} = P^{Y_2} = B(p)$) direkt – ohne S_n –

(a) N_0 besitzt eine $\text{Geo}^0(p)$ -Verteilung, $N_m - N_{m-1}$ eine $\text{Geo}^+(p)$ -Verteilung.

Dabei beschreibt die $\text{Geo}^0(p)$ -Verteilung die Zahl der *Misserfolge* bis zum 1. Erfolg, die $\text{Geo}^+(p)$ -Verteilung die Zahl der *Versuche* bis zum 1. Erfolg bei einer stoch. unabh. Folge von $B(p)$ -Versuchen („Erfolg“ = 1).

Die zugehörigen diskreten Dichten sind:

$$\text{geo}^0(p; k) = p(1-p)^k, \quad k=0, 1, 2, \dots \quad \text{und}$$

$$\text{geo}^+(p; k) = p(1-p)^{k-1}, \quad k=1, 2, 3, \dots$$

(b) Zeigen Sie damit (nochmals) $EN_t = \frac{1-p}{p} + [t] \cdot \frac{1}{p}$. Skizze für $p = 2/3$?

Aufgabe P 7.2:

Berechnen Sie die Laplace-Transformierte der Rechteck-Verteilung

$$\mathcal{R}(a, b) \quad (a, b \in \mathbb{R}, a < b), \quad \text{direkt und über } \mathcal{R}(0, 1).$$

Aufgabe P 7.3:

Bestimmen Sie die Laplace-Transformierten

$$\text{von } \chi_1^2\text{-verteilten Lebensdauern } Y_i \quad (\chi_1^2 = \Gamma_{\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}})$$

und der zugehörigen Erneuerungsfunktion $t \rightarrow U(t)$.