

Übungen zu Stochastische Prozesse I

Präsenzaufgabenblatt 4:

Besprechung am Montag, 14. 11. 03

Aufgabe P 4.1:

Berechnen Sie

(a) für das Telefonbeispiel mit $I = \{0, 1, 2\}$ und

$$p_{00} = 0.7, p_{01} = 0.3, p_{02} = 0.0$$

$$p_{10} = 0.2, p_{11} = 0.5, p_{12} = 0.3$$

$$p_{20} = 0.1, p_{21} = 0.4, p_{22} = 0.5$$

(b) für Beispiel 5 aus Abschnitt 4 der Vorlesung

$$(I = \{1, 2, 3\}, p_{11} = 0.2, p_{12} = 0.4, p_{13} = 0.4,$$

$$p_{22} = 1.0, p_{31} = 0.4, p_{33} = 0.6)$$

(c) für die symmetrische „Irrfahrt“ auf $\{0, 1, 2, 3\}$ mit $p_{00} = p_{33} = 1/2$

eine Lösung der Gleichung $\pi_j = \sum_{i \in I} \pi_i p_{ij}, j \in I$

$$\text{mit } \sum_{j \in I} \pi_j = 1 \text{ und } \pi_j \geq 0.$$

Aufgabe P 4.2:

Es sei X_n eine HMK mit $I = \{1, 2, 3\}$ und $p_{21} = p_{23} = p_{32} = 0$,
sonst $p_{ij} > 0$.

(a) Zeigen Sie $m_{31} < \infty$

und (unter Benutzung der Markov-Eigenschaft)

$$m_{32} = m_{31} + m_{12}.$$

(b) Welche Struktur-Eigenschaften muss ein Übergangs-Graph besitzen,
dass für drei Zustände i, j, k die (a) entsprechende Beziehung

$$m_{ik} = m_{ij} + m_{jk} \text{ gilt?}$$