Gerhard Hübner, Universität Hamburg
Fachbereich Mathematik, Schwerpunkt ST

Übungen zu Stochastische Prozesse I

Präsenzaufgabenblatt 10: Besprechung am Montag, 09. 01. 06

Aufgabe P 10.1:

Beweisen Sie:

Folgerung E 4 (5): $E(X\,Y|\mathcal{C}) = X\,E(Y|\mathcal{C})$, falls X $\mathcal{C}$-messbar.

Hinweis „Mit $(*)$ $\left(\int_C X E(Y\,|\,\mathcal{C})\,dP = \int_C X\,Y\,dP \right)$ und dem Beweisprinzip für Integrale“.

Aufgabe P 10.2:

(a) Beweisen Sie den folgenden Satz (E 8) der Vorlesung:
Für $X_0 : (\Omega, \mathcal{A}) \to (\overline{\mathbb{R}}, \overline{\mathbb{B}})$ und $Y : (\Omega, \mathcal{A}) \to (\mathcal{Y}, \mathcal{C})$ (messbar) gilt:
Ist X_0 $\sigma(Y)$-$\overline{\mathbb{B}}$-messbar, dann gibt es eine $\mathcal{C}$-$\overline{\mathbb{B}}$-messbare Abbildung $g : \mathcal{Y} \to \overline{\mathbb{R}}$ mit $X_0 = g(Y)$ und umgekehrt.

(b) Wie folgt daraus die Existenz von $g := E(X|Y{=}\cdot)$ mit $E(X|Y) = g(Y)$).

Aufgabe P 10.3:

Es sei S eine zufällige Summe $(S = \sum_1^N X_i,\ N, X_1, \ldots, X_n$ st.u., $P^{X_i} = P^{X_1})$.

(a) Zeigen Sie $E(S|N) = N\,E(X_1)$.

(b) Zeigen Sie $ES = EN\,EX_1$.