

Übungen zu Stochastische Prozesse I

Hausaufgabenblatt 9:

Abgabe am Donnerstag, 12. 01. 06

Aufgabe H 9.1:

Gegeben sei ein diskreter (!) Erneuerungsprozess (S_n) , bei dem die Y_i ausgewürfelt werden, d.h. die Y_i seien gleichverteilt auf $\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ (vgl. das Coupling-Beispiel aus der Vorlesung).

Bestimmen Sie

- (a1) die Verteilungsfunktion G_F der diskreten (!) stationären Startverteilung,
- (a2) die zugehörige diskrete Dichte g_F – jeweils mit Formel, Tabelle und Skizze!
- (a3) und den Erwartungswert zu G_F .
- (b) Welche Verteilungsfunktion G_F ergibt sich für die stetige (!) stationäre Startverteilung (Skizze?) und welcher zugehörige Erwartungswert?

Aufgabe H 9.2:

Gegeben sei eine Lebensdauerverteilung P^Y mit (auf $\mathbb{R}_{\geq 0}$) stetiger R-Dichte f^Y und Verteilungsfunktion F^Y .

- (a) Geben Sie die **Ausfallrate** $r^Y(x) := \lim_{h \downarrow 0} P(Y \leq x + h | Y > x) / h$ mit Hilfe von f^Y und F^Y an.
- (b) Zeigen Sie die Umkehrung $f^Y(x) = r^Y(x) \cdot e^{-R(x)}$, $R(x) := \int_0^x r^Y(t) dt$ ($x \geq 0$).
Hinweis: Drücken Sie dazu f^Y und r^Y durch $\bar{F}^Y := 1 - F^Y$ (bzw. $\ln(\bar{F}^Y)$) aus, und berechnen Sie daraus \bar{F}^Y .
- (c) Berechnen Sie (mit (b)) zu den Ausfallraten $r^Y(x) := \alpha \beta x^{\beta-1} \mathbf{1}_{(0, \infty)}(x)$ mit $\alpha, \beta > 0$ die zugehörigen R-Dichten f^Y und Verteilungsfunktionen F^Y .

Und zum Schluss wünsche Ihnen
ein schönes und fröhliches Weihnachtsfest
– auch mit einem Stück Freude
über seinen ursprünglichen Anlass –
sowie erholsame* Weihnachtsferien
und einen guten Start ins Jahr 2006.

* deshalb heute nur zwei Hausaufgaben.