Übungen zu Stochastische Prozesse I

Hausaufgabenblatt 4: Abgabe: Donnerstag, 24. 11. 05

Aufgabe H 4.1:

Es werde nochmals das Beispiel eines einsitzigen Sessellifts aus Aufgabe H 2.2 betrachtet:

(X_n sei die Anzahl der Wartenden jeweils kurz vor der Abfahrt eines Sessels, die Zahl der Ankünfte in einem Takt sei binomial(2, α)-verteilt mit $0<\alpha<1$, $\delta:=1-\alpha$).

Berechnen Sie für dieses Beispiel mit Hilfe des Schnittprinzips

eine (bzw. die) stationäre Verteilung der Warteschlangenlänge.

Setzen Sie $p:=p_{12}$, $q:=p_{21}$, $r:=p_{22}$ (es wird übersichtlicher).

Berechnen Sie am Ende die Zahlenwerte für $\alpha = 0.4$.

Hinweis: Kontrollieren Sie, ob Ihr Modell korrekt ist, insbesondere, ob $p_{02} > 0$ ist.

Aufgabe H 4.2:

Für das Bedienmodell aus Beispiel 5.7 der Vorlesung gelte (für $i\in I=\mathbb{N}_0$) $0 < p_{i,i+1} = p < p_{i+1,i} = q$, und die HMK $X=(X_n)$ sei im Gleichgewicht.

(a) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass zwischen X_{n-1} und X_n

(a1) eine Ankunft, (a2) ein Abgang stattfindet.

Achtung: **keine** bedingten Wahrscheinlichkeiten!

(b) Berechnen Sie die bedingte Zustandsverteilung zur Zeit n, falls

(b1) unmittelbar **danach** (z.Zt. $n+1$) ein Kunde ankommt.

(b2) unmittelbar **davor** (z.Zt. $n-1$) ein Kunde abgegangen ist.

(c) Interpretieren/kommentieren Sie (kurz) die Ergebnisse bei (a) und (b).

Aufgabe H 4.3: (siehe nächste Seite – H 4 b)

Übungen zu Stochastische Prozesse I

Aufgabe H 4.3:

Der folgende Text ist ein Auszug aus „Prognose und Niederschlagwahrscheinlichkeit - Modelle und Verifikation“ des Meteorologischen Instituts der Universität Hamburg (http://www.dkrz.de/wetter/prognosen/modelle).

Bestimmen Sie mit den folg. Hamburger Daten für die drei Wetterzustände
C = Cumulus, S = Stratus, R = Regen (a) die Gleichgewichtsverteilung,
(b) die Regenwahrscheinlichkeit für die Zeit von 6 bis 18 Uhr,
wenn zwischen 0 und 6 Uhr der Zustand C (bzw. S bzw. R) vorlag.
(c) Prüfen Sie die Aussagen des letzten Absatzes. Vergleich mit (a) und (b)!

„In dieser Arbeit ist ein Niederschlagsereignis dadurch definiert, dass zu einem Synop-Haupttermin (00, 06, 12 und 18 Uhr GMT) der Wert W1 einer Wettermeldung einen Wert von 5 bis 9 aufweist. Zu diesen Hauptterminen wird im Synopwert W1 die vorwiegende Wettererscheinung der letzten 6 Stunden vor der Beobachtung kodiert. Es bedeutet: 5 = Niesel,
6 = Regen, 7 = Schnee oder Schneeregen, 8 = Schauer, 9 = Gewitter.
Bei einem Vorhersagezeitraum von 6 bis 18 Uhr ist das Ereignis eingetreten, wenn im 12-Uhr- oder im 18-Uhr-Synop ein W1 > 4 gemeldet wird.
Das Markovmodell beruht auf der Annahme, dass sich der Wechsel zwischen Klassen durch Markovketten beschreiben lässt. Für die vorliegende Arbeit wurden Tests durchgeführt, die zu dem Ergebnis führten, dass am besten geeignet eine Klassifikation der Wetterzustände in folgende drei Klassen ist:
Regen (W1 > 4, s.o.), Stratus (kein Niederschlag und niedrige Wolken),
Cumulus (alle anderen Zustände).

Hamburg	Klima	Cumulus	Stratus	Regen
Cumulus	35 %	62 %	27 %	11 %
Stratus	41 %	24 %	53 %	23 %
Regen	24 %	13 %	41 %	46 %

Diese Matrix zeigt in der Spalte „Klima“ die beobachtete Häufigkeit dieser Klasse im Testdatensatz. Die übrigen 3 Elemente jeder Zeile zeigen die Wahrscheinlichkeiten eines Verweilens bzw. eines Übergangs in eine andere Klasse während eines zukünftigen 6-Stunden-Intervalls.
Eine Verdoppelung des Vorhersagezeitraums kann durch eine Quadratur der Übergangsmatrix erreicht werden. Für wachsende Exponenten nähert sich die potenzierte Matrix einer Matrix der Klimawahrscheinlichkeit an, in der die Vorhersage nicht mehr vom Ausgangszustand abhängt.“