Übungen zu Stochastische Prozesse I

Präsenzaufgabenblatt 10: Besprechung am Montag, 12. 1. 04

Aufgabe P 10.1:

Beweisen Sie:

Folgerung E.4 (5) $E(X\,Y|\mathcal{C}) = X\,E(Y|\mathcal{C})$, falls X $\mathcal{C}$-messbar.

Hinweis „Mit $(*)$ und Beweisprinzip für Integrale".

Aufgabe P 10.2:

(a) Beweisen Sie den folgenden Satz (der Vorlesung):
Für $X_0 : (\Omega, \mathcal{A}) \to (\mathcal{X}, \mathcal{B})$ und $Y : (\Omega, \mathcal{A}) \to (\mathcal{Y}, \mathcal{D})$ (messbar) gilt:
Ist X_0 $\mathcal{A}(Y)$-$\mathcal{B}$-messbar, dann gibt es eine $\mathcal{D}$-$\mathcal{B}$-messbare Abbildung $g : \mathcal{Y} \to \mathcal{X}$ mit $X_0 = g(Y)$ und umgekehrt.

(b) Wie folgt daraus die Existenz von $g := E(X|Y=\cdot)$ (mit der Eigenschaft $E(X|Y) = g(Y)$).

Aufgabe P 10.3:

Es sei S eine zufällige Summe $(S = \sum_1^N X_i,\ N, X_1, \ldots, X_n$ st.u., $P^{X_i} = P^{X_1})$.

(a) Zeigen Sie $E(S|N) = N\,E(X_1)$.

(b) Zeigen Sie $ES = EN\,EX_1$.