

Zusatzaufgaben Z8 + Z9

Z8 Die Gleichung $(\star) \quad x^2 + 2a xy + y^2 = 1$
beschreibt je nach Wahl von $a \neq \pm 1$ eine Ellipse oder Hyperbel in Mittelpunktslage.
Deren Scheitelpunkte sind relative Extrema des Abstandes zum Ursprung. Aus der
dafür notwendigen Bedingung ist zu entscheiden, welcher Art obiger Kegelschnitt in
Abhängigkeit vom Parameter a ist.

Fertigen Sie eine Skizze für geeignete a an.

Zusatz: Welche Kurven ergeben sich im Fall $a = \pm 1$?

Z9 Nach der Multiplikatorenregel von Lagrange bestimme man alle Punkte, die als Ex-
tremstellen für die Funktion

a) $f(x, y, z) = y^3$ unter den Nebenbedingungen $h_1(x, y, z) = x + z - 1 = 0$ und
 $h_2(x, y, z) = x^2 + y^2 - 4 = 0$,

b) $f(x, y, z) = x^2 - y^2$ unter der Nebenbedingung $h(x, y, z) = z - x^2 - y^2 = 0$

in Frage kommen.

Was liefern die hinreichenden Bedingungen 2. Ordnung !