Kurzfassung des Abschlußberichtes des Teilprojektes 4 „Optimale Steuerung von Gleichungen der Fluiddynamik“

M. Hinze, A. Kauffmann, A. Köhler, K. Kunisch,
F. Liebau, T. Slawig, S. Volkwein, G. Zimmer

12. Dezember 1997

1 Titel, Sprecher, Mitglieder und Laufzeit des Forschungsprojektes

Titel: Optimale Steuerung von Gleichungen der Fluiddynamik
Teilprojektleiter: Prof. Karl Kunisch
Stellv. Teilprojektleiterin: Fr. Dr. Gerta Zimmer

Mitglieder:	Dr. Michael Hinze
	Dipl.–Ing. Axel Köhler
	Dr. Frank Liebau
	Dipl.–Math. Thomas Slawig
	Dr. Stefan Volkwein
Laufzeit:	01.04.1995 — 31.12.1997

Zugewiesene Personal– und Sachmittel

Personalmittel:	Ein Wissenschaftlicher Mitarbeiter (BAT IIa) vom 01.04.1995 — 31.12.1997
	Eine studentische Hilfskraft á 60h im Monat vom 01.04.1995 — 31.12.1997
Reisemittel:	16.434,36 DM
Gastmittel :	16.643,36 DM
Investive Mittel:	75.000,00 DM

2 Forschungsbericht

2.1 Einleitung

Ziel der Aktivitäten innerhalb des Teilprojektes 4 ist es, die Entwicklung von Kontrollverfahren für Strömungen mit den Mitteln der mathematischen Optimierung zu betreiben. Dabei wird als Basiskonfiguration die von Teilprojekt 1 experimentell untersuchte rückwärtige Stufe (Backward Facing Step - BFS) betrachtet. Tabelle 1 gibt einen Überblick über die einzelnen Unternehmungen der Mitglieder des Teilprojektes.

Mitarbeiter	Dr. Hinze	Dr. Liebau	A. Köhler	Th. Slawig	Dr. Volkwein
Lagrangeformulierung zur Herleitung der Optimalitätssysteme	+	–	–	–	–
Kontrolle der Diffusionsgleichung	–	+	–	–	–
Kontrolle der Burgersgleichung	–	–	–	+	+
Kontrolle der Stokesgleichung	+	+	–	+	–
Kontrolle der Navier–Stokes Gl.	+	o	+	+	o
„reduced order modelling“ (ROM)	+	–	+	–	–
Gebietsoptimierung	–	–	–	+	–
Bearbeiten von Problemstellungen aus der Praxis	–	+	–	+	–
Randkontrolle	+	+	+	–	+
Gebietskontrolle	+	+	–	–	+

Tabelle 1: Vom Teilprojekt bearbeitete Fragestellungen

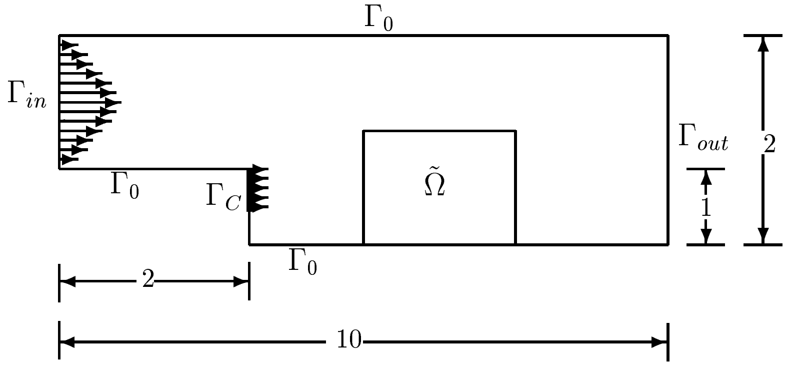

Abbildung 1: Die untersuchte Strömungskonfiguration

Im Teilprojekt wurde die Beeinflussung der oben skizzierten Strömung modellhaft untersucht, sie kann z.B. dadurch kontrolliert werden, daß an der Stufenkante mit zeitlich veränderlicher Frequenz und Amplitude Fluid eingeblasen wird. Die Forschungsgegenstände des Teilprojektes orientierten sich an dieser konkreten Fragestellung:

1. die Entwicklung praxisrelevanter Kriterien (Kostenfunktionale) für die Bewertung der Strömung,

2. die Bereitstellung von Optimalitätssystemen (OS), deren geeignete Diskretisierung und deren numerische Analyse sowie

3. die Erweiterung bestehender Navier–Stokes Löser um die Möglichkeit der numerischen Berechnung suboptimaler und optimaler Feedbackkontrollen.

All diese Punkte konnten erfolgreich bearbeitet werden.
Die Leistung heutiger Rechnertypen ist zu klein, um die auftretenden Optimalitätssysteme unter realitätsnahen Bedingungen lösen zu können. Daher werden den Berechnungen z.Zt.

eine inkompressible, laminare, zweidimensionale Strömung zugrunde gelegt. Dies bedeutet keine Einschränkung der Allgemeinheit der verwendeten Verfahren.

2.2 Resultate

Optimale Kontrolle: F. Liebau hat einen Navier-Stokes Löser auf der Basis der Finite Volumen Element Methode entwickelt. Die diskretisierten Gleichungen werden dabei mit Mehrgittermethoden gelöst. In einem Testfall erwies sich dieser Löser einem als effizient ausgewiesenen FEM–Löser ohne Multilevelansatz als deutlich überlegen. Dieser schnelle Löser wird schrittweise auf die Lösung des Optimalitätssystems der Navier-Stokes Gleichungen erweitert. Dabei wird das Optimalitätssystem als Integralgleichung formuliert und mit Mehrgittermethoden 2. Art gelöst.

Durch den zusätzlichen Einsatz von Algebraischen Mehrgittermethoden (AMG) konnte das Programmpaket so erweitert werden, daß die Lösung von Diffusionsproblemen mit komplexer Geometrie möglich ist. Dabei wird das Problem auf dem gröbsten Level des herkömmlichen Mehrgitterverfahrens mit dem AMG–Ansatz gelöst.

S. Volkwein befaßte sich im Rahmen seiner Dissertation mit Randkontrolle und verteilter Kontrolle für die Burgers Gleichung.

Instantaneous control: M. Hinze wendet auf der Basis eines FEM-Navier-Stokes Lösers von E. Bänsch erfolgreich diese suboptimale Kontrollstrategie auf die BFS an. Instantaneous control bedeutet bei instationären Problemen, daß nicht das volle Optimalitätssystem zu den instationären Navier-Stokes Gleichungen gelöst wird. Statt dessen wird in jedem Zeitschritt ein stationäres Kontrollproblem gelöst. Dadurch wird der numerische Aufwand wesentlich reduziert. Dabei konnte Kontrolle sowohl durch Randbedingungen als auch durch Volumenkräfte implementiert werden. Zusätzlich wurden sowohl Rand– als auch Volumendefinierte Kostenfunktionale erfolgreich numerisch umgesetzt.

Reduced Order Modelling: (M. Hinze, A. Köhler) Um den Rechenaufwand bei der Optimierung der Navier-Stokes Gleichungen zu verringern wurde als neuer Ansatz das Reduced Order Modelling (ROM) erprobt. Die optimale Lösung wird dabei durch Linearkombination von Lösungen der Navier-Stokes Gleichungen für unterschiedliche Randbedingungen approximiert. Durch diesen Ansatz muß nicht mehr in jedem Iterationsschritt zur Lösung des Optimierungssystems die Navier-Stokes Gleichungen gelöst werden. Es konnte gezeigt werden, daß nur geringer Aufwand nötig ist, um eine Kontrolle der instationären Navier-Stokes Gleichungen durchzuführen. Der Ausbau dieses Ansatzes verspricht reichhaltige technische Anwendungen, z.B. auf dem Gebiet dreidimensionaler turbulenter Strömungen.

Gebietsoptimierung: Th. Slawig minimiert durch Gebietsoptimierung ein Kostenfunktional. Dabei wird die Form von Teilen des Gebietesrandes verändert. Nachdem dies für die Stokes Gleichungen abgeschlossen ist, wurde das Verfahren erfolgreich auf die Navier-Stokes Gleichungen übertragen.

In einer Kooperation mit französischen (Faculté des Sciences de Luminy, Marseille) und amerikanischen (Paul Hovland, Argonne Nat. Lab.) Partnern wurde das Verfahren mit einer Methode zum automatischen Differenzieren verknüpft und erfolgreich auf das Optimieren eine Vier–Flügel Konfiguration (Siehe Bild 2) angewendet.

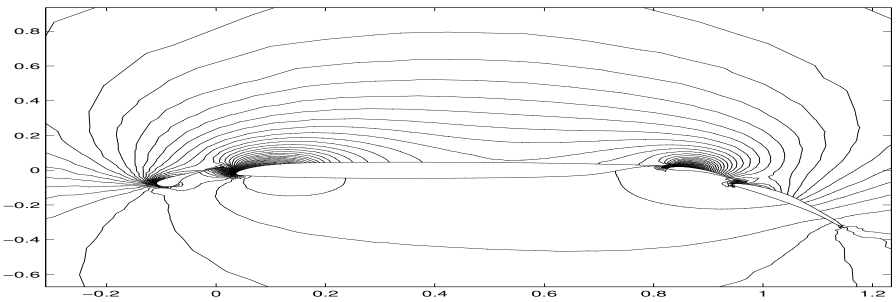

Abbildung 2: Vier–Flügel Konfiguration

3 Auswirkungen und Einfluß der Forschungsarbeiten auf die Ausbildung

3.1 Promotionen

- Thomas Slawig,
  Domain Optimization for the Stokes and Navier-Stokes Equations
  Betreuer: Prof. K. Kunisch, kurz vor dem Abschluß

- Stefan Volkwein,
  Mesh-Independence of an Augmented Lagrangian-SQP Method in Hilbert Spaces and Control Problems for the Burgers Equation
  Betreuer: Prof. K. Kunisch
  TU Berlin, Okt. 1997

3.2 Diplomarbeiten

- cand. math Mark Eiselt,
  Zur Prekonditionierung des allgemeinen Stokes–Problems
  Betreuer: Dr. F. Liebau, Prof. K. Kunisch

- cand. math Guido Büttner,
  Numerische und analytische Untersuchungen zur Kontrolle von Gleichungen der Thermodynamik mit Mehrgittermethoden
  Betreuer: Dr. F. Liebau, Prof. K. Kunisch

4 Veröffentlichungen in Zusammenhang mit dem TP

Literatur

[1] **Hinze, M.; Kunisch, K.** *On Suboptimal Control Strategies for the Navier-Stokes Equations* Preprint TU-Berlin, 1997 (submitted to Luminy Conference on Control and Applications).

[2] **Hinze, M.; Kunisch, K.** *Control Strategies for Fluid Flows - Optimal versus Suboptimal Control* Preprint TU-Berlin, 1997 (submitted to ENUMATH 97, Heidelberg).

[3] **Hinze, M.; Kunisch, K.** *Suboptimal Control of Fluid Flows* Preprint TU-Berlin, 1997 (submitted to SOR97, Jena).

[4] **Hinze, M.; Kunisch, K.** *Suboptimal Control Strategies for Backward Facing Step Flows* Proceedings of the 15th IMACS World Congress on Scientific Computation, Modelling and Applied Mathematics, Editor A. Sydow, Vol. 3, 53-58, 1997.

[5] **Choi, H.; Hinze, M.; Kunisch, K.** *Instantaneous Control of Backward-Facing Step Flows* Preprint, TU-Berlin, 1997.

[6] **K.Kunisch,K.; Volkwein,St.** *Augmented Lagrangian-SQP Techniques and their Approximations* To appear in AMS Summer Course on Optimal Control of Partiell Differential Equations, 1997.

[7] **Hinze, M.; Köhler, A; Kunisch, K.** *Reduced Order Modelling for the unsteady Navier–Stokes Equations* In Vorbereitung.