Zur numerischen Simulation von Wärmenetzen mit Smile

Ralf Köcher, Jens Pfafferott[1],
Michael Hinze

Report No. 485/1995

[1] Technische Universität Berlin, Institut für Energietechnik

Inhaltsverzeichnis

1 Einleitung

Wärmeversorgungsunternehmen sind unter anderem an der Kenntnis der Massenstromverteilung in Nah- und Fernwärmenetzen interessiert, um die Versorgungssicherheit zu jedem Zeitpunkt gewährleisten zu können. Dabei soll der Betrieb mit geringstmöglichen Kosten im Bezug auf den benötigten Primärenergieeinsatz gestaltet werden. Grundlage für eine energieoptimale Betriebsführung eines Wärmenetzes ist eine detaillierte Kenntnis über das thermo-hydraulische Betriebsverhalten des Netzes. Wegen der komplexen Abhängigkeit zwischen Massenstrom und Temperatur ist es unumgänglich, das Verhalten solcher Netze unter den verschiedensten Bedingungen (Witterungseinflüsse, variable Abnehmerleistungen, usw.) mit Hilfe von Simulationen zu untersuchen.

In der vorliegenden Arbeit stellen wir ein Modell zur Beschreibung beliebig vermaschter Wärmenetze mit mehreren Einspeisestellen und Pumpstationen vor. Damit sind wir in der Lage sowohl stationäre als auch dynamische Betriebszustände zu simulieren und zu analysieren. In Analogie zu den Kirchhoffschen Gesetzen der elektrischen Netzwerktheorie gelten bei Wärmenetzen Masse- und Energiebilanzgleichungen, welche entsprechend der Komponenten im Netz von nichtlinearem Charakter sind. Aus den Bilanzgleichungen ergibt sich für jede Komponente ein Volumenstrom, dessen Kenntnis schließlich die Berechnung der Temperaturverteilung im Wärmenetz ermöglicht.

Zur mathematischen Beschreibung von Wärmenetzen wählen wir graphentheoretische Methoden. Dabei ordnen wir jedem Netz einen gerichteten Graphen zu. Die Maschen des Netzes entsprechen dabei gerade den Fundamentalzyklen des zugrundeliegenden Graphen. Mit Hilfe der Knoten-Kanten- und der Kreis-Kanten-Inzidenzmatrix des Graphen formulieren wir die Bilanzgleichungen des Netzes. Wir erhalten so ein nichtlineares Gleichungssystem zur Berechnung der Volumenströme in den einzelnen Maschen des Wärmenetzes. Aus diesen Volumenströmen werden sodann mit Hilfe der Knoten-Kanten-Inzidenzmatrix die Volumenströme durch die einzelnen Komponenten gewonnen. Numerisch werden die Bilanzgleichungen mit einem gedämpften Newtonverfahren gelöst.

Ein Versuch, beliebig vermaschte Wärmenetze mit graphentheoretischen Methoden zu beschreiben und zu simulieren, wird von Lü-Köhler in [8] beschrieben. Jedoch bedürfen die dort vorgestellte mathematische Beschreibung des Problems und auch die dort präsentierten Simulationsergebnisse einer kritischen Diskussion. Ein weiterer Ansatz zur Simulation des thermo-hydraulischen Verhaltens von Wärmenetzen finden sich in einer Arbeit von Brühl ([1]). Die dabei gewählte Programmstruktur besteht aus zwei voneinander getrennten, aber in sich identischen Hauptteilen, nämlich aus der Berechnung des Vorlauf- und Rücklaufsystems. Weil eine Druck- bzw. Massenstromänderung etwa im Vorlauf eine direkte Auswirkung auf den Rücklauf hat und umgekehrt, Wärmenetze also in sich geschlossene Systeme sind, stellt diese Betrachtungsweise eine weitgehende Vereinfachung dar. Ein weiterer Nachteil der von Brühl vorgestellten Methode besteht darin, daß nur mit festen Ventilstellungen bei nicht beliebig vermaschten Netzen gerechnet werden kann. Befinden sich mehrere Pumpstationen im Netz, so kann es bei bestimmten Betriebszuständen schwierig werden, die Fließrichtung in den Netzabschnitten zwischen den Pumpen zu bestimmen. Neben den Pumpenstellungen können auch Änderungen von Ventilstellungen die Fließrichtungen beeinflussen. Darüberhinaus besteht bei der von Brühl vorgeschlagenen Methode die Notwendigkeit, daß in die Wahl der Startwerte für eine numerische Simulation a-priori Kenntnisse über die in den einzelnen Rohren zu erwartenden Massenströme einfließen. Weitere Beiträge zur Simulation des dynamischen Betriebsverhaltens von Wärmeversorgungsanlagen sind in [4] und [5] enthalten.

An der Technischen Universität Berlin wird im Rahmen des universitären Forschungsschwerpunktes 4 (**UF4**) an der Entwicklung eines neuen rechnergestützten Simulationshilfsmittels zur Beschreibung des Betriebsverhaltens komplexer energiewandelnder Systeme gearbeitet. Das Ziel ist die Erstellung eines möglichst flexibel einsetzbaren Programms zur Simulation beliebiger Anlagenkonfigurationen aus der Energietechnik. Die bisherigen Arbeiten führten zur Entwicklung einer Simulationsumgebung mit Namen *Smile* unter dem Betriebssystem Unix. Der Begriff *Smile* ist die zusammenfassende Bezeichnung für die Beschreibungssprache, das bei der Simulation verwendete Laufzeitsystem und die Hilfswerkzeuge (siehe [6]). *Smile* bietet unter anderem das in dieser Arbeit beschriebene Simulationswerkzeug zur thermo-hydraulischen Analyse von Wärmenetzen an.

2 Notationen und Grundlagen

In diesem Kapitel stellen wir die benötigten Grundlagen aus der Graphentheorie dar. Anschließend geben wir eine kurze Beschreibung der in den hydraulischen Systemen verwendeten Komponenten.

2.1 Mathematische Notationen

Bei der von uns gewählten Methode zur Beschreibung von Wärmenetzen spielt der mathematische Formalismus der Graphentheorie eine wesentliche Rolle. Daher stellen wir zunächst die Definitionen der benötigten Begriffe aus diesem mathematischen Gebiet bereit (siehe [2]).

Definitionen:

1. Ein *Graph* $G(K, Z)$, kurz G, besteht aus einer Knotenmenge K und einer ungeordneten Zweig- oder Kantenmenge $Z \subset K \times K$.

2. Ein *Teilgraph* eines Graphen G ist ein Graph $G_s = G_s(K_s, Z_s)$ mit $K_s \subseteq K$ und $Z_s \subseteq Z$. Ist eine der Inklusionen echt, so wird G_s *echter* Teilgraph von G genannt.

3. Eine *Kantenfolge* der Länge $l-1$ in G ist eine endliche Folge von Kanten der Form $(i_1, i_2), \ldots, (i_{l-1}, i_l)$, $l \geq 2$. Der Knoten i_1 heißt *Anfangs-*, der Knoten i_l *Endknoten* der Kantenfolge. Sind alle in der Kantenfolge auftretenden Kanten voneinander verschieden, so heißt die Kantenfolge *Kantenzug*.

4. Ein Kantenzug der Länge $l-1$ heißt *Pfad* der Länge $l-1$, falls die Knoten $i_1, \ldots, i_l$ verschieden sind.

5. Ein Graph G heißt *zusammenhängend*, falls zwei beliebige Knoten durch einen Pfad verbunden werden können.

6. Ein geschlossener Kantenzug (d.h. $i_1 = i_l$) der Länge $l-1$ heißt *Kreis* der Länge $l-1$ oder *Masche*, falls die Knoten $i_1, \ldots, i_{l-1}$ verschieden sind. Kreise der Länge 1 heißen *Schlingen*.

7. Ein zusammenhängender kreisfreier Teilgraph $T = T(K_T, Z_T)$ von G heißt *Baum*. T heißt *aufspannend* oder kurz *spannend*, falls $K_T = K$ gilt.

8. Ein *gerichteter Graph* $G_d(K, Z)$, kurz G_d, besteht aus einer Knotenmenge K und einer geordneten Kantenmenge $Z \subset K \times K$. Ist $z = (i, j)$ mit $i, j \in K$, so heißt der Knoten i *Anfangspunkt*, der Knoten j *Endpunkt* der Kante z.

9. Ist $z = (i, j)$ Kante von G_d, so heißt der Knoten i *inzident*, der Knoten j *adjazent*.

10. *Gerichtete* Kantenfolgen, Pfade bzw. Kreise sind wie im ungerichteten Fall definiert.

Von entscheidender Bedeutung für die graphentheoretische Beschreibung der Masse- und Energiebilanz in Wärmenetzen ist die *Knoten-Kanten-Inzidenzmatrix* und die *Kreis-Kanten-Inzidenzmatrix*, die nachfolgend definiert werden. Dazu sei G_d ein gerichteter Graph mit Knotenmenge $K = \{1, \ldots, k\}$, Kantenmenge $Z = \{z_1, \ldots, z_n\}$ und Maschenmenge $M = \{m_1, \ldots, m_r\}$.

Die *Knoten-Kanten-Inzidenzmatrix* $A = (a_{i,j})$ ist durch

$$a_{i,j} := \begin{cases} 1 & : \; i \text{ inzident mit } z_j \\ -1 & : \; i \text{ adjazent mit } z_j \\ 0 & : \; \text{sonst} \end{cases}$$

definiert und die *Kreis-Kanten-Inzidenzmatrix* $B = (b_{i,j})$ durch

$$b_{i,j} := \begin{cases} 1 & : \; z_j \in m_i \text{ bei gleicher Orientierung} \\ -1 & : \; z_j \in m_i \text{ bei gegensätzlicher Orientierung} \\ 0 & : \; \text{sonst}\,. \end{cases}$$

2.2 Grundlagen der Hydraulik

In einem hydraulischen System werden Druckquellen (Pumpen) und Drucksenken (Druckverluste) unterschieden. Die Druckverluste lassen sich in einfache Widerstände (Einbauten), Rohrwiderstände und Ventilwiderstände unterteilen.

Kennlinien typischer hydraulischer Komponenten (Pumpe, Rohrwiderstand und Ventilwiderstand) sind in Abb. 1 dargestellt. Die Kennlinien beschreiben den Zusammenhang zwischen einer aufgebrachten bzw. aufzubringenden Druckdifferenz und dem dieser Druckdifferenz entsprechenden, durch die Komponente fließenden Volumenstrom.

Die Volumenstromverteilung kann in einem Netz mit vorgegebener Struktur in Abhängigkeit von den Pumpenkennlinien, den Ventilstellungen und den Widerständen auf den einzelnen Komponenten bestimmt werden. Graphisch läßt sich dieser Betriebspunkt als Schnittpunkt zwischen Netzkennlinie und Pumpenkennlinie deuten (Abb. 2). Dabei gibt die Netzkennlinie die aufzubringende Druckdifferenz in Abhängigkeit des geförderten Volumenstroms im gesamten Netzes wieder. Wird ausgehend von der Netzkennlinie 1 und

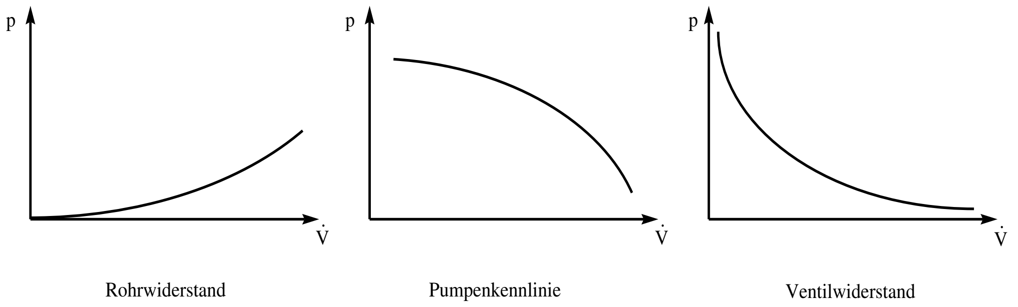

Abbildung 1: Kennlinien wichtiger hydraulischer Komponenten

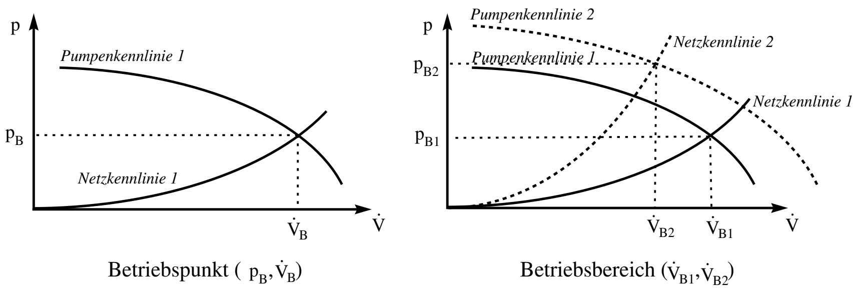

Abbildung 2: Betriebspunkte und Betriebsbereiche

der dazugehörigen Pumpenkennlinie 1 der hydraulische Widerstand der Komponenten erhöht, so zeigt die daraus resultierende Netzkennlinie 2, daß bei gleichbleibender Pumpenkennlinie ein deutlich geringerer Volumenstrom gefördert wird. Dieser Umstand läßt sich teilweise durch Erhöhung der Förderleistung der Pumpen kompensieren, wie die Pumpenkennlinie 2 zeigt. Durch Regelung der Pumpenleistung kann also die gewünschte Volumenstromverteilung im Netz eingestellt werden.

2.2.1 Darstellung hydraulischer Widerstände

Hydraulische Widerstände treten als Druckverluste auf, die hier auf den dynamischen Druck $\frac{\rho\omega^2}{2}$ bezogen werden. Dabei bezeichnet ω die mittlere Geschwindigkeit in einem geeignet gewählten Strömungsquerschnitt und ρ die Fluiddichte. Im wesentlichen werden Einzelwiderstände mit resultierendem Druckverlust

$$\Delta p_E \; = \; \zeta \frac{\rho}{2} \omega^2 \tag{1}$$

von Rohrreibungswiderständen mit resultierendem Druckverlust

$$\Delta p_R \; = \; \lambda \frac{L}{D} \frac{\rho}{2} \omega^2 \tag{2}$$

unterschieden. Dabei bezeichnet ζ den Widerstandsbeiwert, λ die Rohrreibungszahl, L die Länge und D den Innendurchmesser des Rohres. Um eine direkte Abhängigkeit des Druckverlustes vom Volumenstrom $\dot{V}$ zu erhalten, wird der hydraulische Widerstand gemäß

$$\omega \; = \; \frac{\dot{V}}{A}$$

auf die Querschnittsfläche A bezogen. Für festes λ und ζ ist der Druckverlust bei vorgegebener Geometrie und konstanter Dichte allein vom Volumenstrom abhängig. Der Druckverlust hydraulischer Widerstände ist zum Quadrat des Volumenstroms proportional, d.h.

$$\Delta p \;=\; R\dot{V}^2 , \tag{3}$$

wobei R den hydraulischen Widerstand bezeichnet. Generell werden bei der Berechnung der Rohrhydraulik drei wesentliche Vereinfachungen angenommen:

- die Berechnung der hydraulischen Widerstände erfolgt für stationäre Zustände, d.h. der Widerstand wird zu einem festgelegten Zeitpunkt für einen bestimmten Volumenstrom berechnet.
- die Berechnung erfolgt mit einer über den Querschnitt gemittelten Geschwindigkeit.
- das Transportmedium (i.d.R. Wasser) wird als inkompressibel angesehen.

2.2.2 Rohrleitungswiderstände

Nach den Gesetzen von Prandtl und Coolebrock wird der hydraulische Widerstand R auf Rohrleitungen für laminare und turbulente Strömung als Funktion von λ, ρ und dem Verhältnis $\frac{L}{D}$ als

$$R_{Rohr} \;=\; \lambda \frac{L}{D}\frac{\rho}{2}\frac{1}{A^2} \;=\; \lambda \tilde{R} \tag{4}$$

beschrieben. Für die praktische Berechnung wird λ als Funktion der Reynoldszahl Re und der Rohrrauhigkeit k angegeben. Bei der Bestimmung von λ muß zwischen laminarer und turbulenter Rohrströmung unterschieden werden. Bei voll ausgebildeter Strömung erfolgt der Übergang von laminarer zu turbulenter Strömung für $Re \in [2000, 3000]$. Dabei liegt der kritische Wert nach Moody bei $Re = 2300$. Im unteren Bereich ($Re \;<\; 2000$) liegt eine stabile laminare Strömung vor.

Zunächst soll der Druckabfall in einem laminar durchströmten Rohr berechnet werden. Die Reynoldszahl wird gemäß

$$Re \;=\; \omega \frac{D}{\nu} \;=\; \frac{\dot{V}}{A}\frac{D}{\nu}$$

errechnet, wobei ν die kinematische Viskosität bezeichnet. Nach Hagen-Poiseuille (siehe [9]) kann die Rohrreibungszahl im laminaren Fall als

$$\lambda_{la} \;:=\; \frac{64}{Re} \tag{5}$$

gesetzt werden. Der Druckverlust in einem laminar durchströmten Rohr läßt sich nun ausgehend von (3) mit Verwendung von (4) und (5) durch

$$\Delta p \;=\; \frac{128\nu\rho}{\pi\dot{V}}\frac{L}{D^4}\dot{V}^2 \tag{6}$$

angeben. Für turbulente Rohrströmungen wird nach Coolebrook-White

$$\lambda_{tu} \;:=\; \frac{1.325}{\left[ln\left(\frac{k}{3.7D} + \frac{5.74}{Re^{0.9}}\right)\right]^2} \tag{7}$$

verwendet (siehe [10]). Diese Formel wird aus dem *Moody-Diagramm* abgeleitet und gilt für alle Reynoldszahlen im technisch relevanten Bereich. Für den Druckabfall in einem turbulent durchströmten Rohr ergibt sich damit aus (3) mit (7)

$$\Delta p \;=\; \frac{1.325}{\left[ln\left(\frac{k}{3.7D} + \frac{5.74}{Re^{0.9}}\right)\right]^2}\frac{L}{D}\frac{\rho}{2}\frac{1}{A^2}\dot{V}^2 . \tag{8}$$

Die in (5) und (7) angegebenen Rohrreibungszahlen stellen jedoch nur für gerade oder schwach gekrümmte Rohre mit konstantem Querschnitt und voll ausgebildeter Strömung eine gute Näherung dar.

Um in der Simulation sprungartige Übergange von laminarer zu turbulenter Rohrströmung zu vermeiden, wird die Rohrreibungszahl durch lineare Interpolation im Bereich von $Re = 2000$ bis $Re = 3000$ gemäß

$$\lambda_{\ddot{U}}(Re) \;:=\; [\lambda_{tu}(3000) - \lambda_{la}(2000)]\,\frac{Re - 2000}{1000} + \lambda_{la}(2000)\,, \qquad Re \in [2000, 3000]$$

berechnet.

Bemerkungen:

- Der Widerstand eines Rohres kann als vom Volumenstrom unabhängig angenommen werden. Die Rohrreibungszahl λ ist zwar abhängig von der Reynoldszahl und der Rauhigkeit, kann aber nach [7] für viele praktische Fälle hinreichend genau durch

  $$\lambda = 0.02 + \frac{0.0005}{D_{Innen}}$$

  beschrieben werden.

- Um die hydraulische Rechnung zu vereinfachen, werden die Widerstände einfacher Einbauten unter Verwendung der Gleichungen (1) und (4) gemäß

  $$l_{Ersatz} \;=\; \zeta\frac{D_{Innen}}{\lambda}$$

  in Ersatzrohrlängen umgerechnet. Die Summe aller so erhaltenen Ersatzrohrlängen wird zu den wirklichen Rohrlängen hinzuaddiert.

2.2.3 Ventilwiderstände

Ventile verursachen als Einbauten in Rohrleitungen einen einfachen Druckverlust, der direkt vom Öffnungsgrad β des Ventils abhängt. Demzufolge können Ventile als Einzelwiderstände mit veränderlichem, jedoch vom Durchfluß unabhängigem Widerstandsbeiwert ζ betrachtet werden. Die Funktion $\zeta = f(\beta)$ wird über die in VDI 2173 ([10]) definierten Durchflußkennwerte angegeben. Diese stellen definitionsgemäß den Volumenstrom dar, der durch ein bestimmtes Ventil bei einem Differenzdruck von $\Delta p_V = 1$ bar und einem bestimmtem Öffnungsgrad fließt. Die Funktion $k_V = f(\beta)$ wird für Ventile tabellarisch oder in Form von Kennlinien angegeben. Der hydraulische Widerstand eines Ventils kann mit Verwendung des Durchflußkennwertes durch

$$R_V = \frac{\Delta p_V}{k_V^2} \tag{9}$$

berechnet werden.

2.2.4 Pumpen

Pumpen werden durch Pumpenkennlinien beschrieben. Da das reale Betriebsverhalten einer Pumpe aufgrund der theoretisch nur unzulänglich erfaßbaren Verluste mehr oder weniger stark von den theoretischen Berechnungsansätzen abweicht, greift man auf experimentell bestimmte Kennlinien zurück. In einer solchen Drosselkurve ist für verschiedene Drehzahlen die von der Pumpe aufgebrachte Druckerhöhung über variierte Volumenströme aufgetragen. Aus der Strömungsmechanik ist bekannt, daß die Druckerhöhung Δp_P proportional zum Quadrat des Volumenstroms ist. Es liegt also nahe, die Drosselkurve durch ein Polynom zweiten Grades der Form

$$\Delta p_P = a - b\dot{V} - c\dot{V}^2\,, \quad a, b, c \in \mathbb{R}^+ \tag{10}$$

zu approximieren, wodurch man eine im Volumenstrom stetig fallende Funktion erhält.

Bemerkung :

Gelegentlich wird die Drosselkurve auch durch ein Polynom dritten Grades beschrieben. Laut Brühl [1] ist die Approximation durch kubische Polynome für die Stabilität des Lösungsverfahrens nicht empfehlenswert. Demgemäß werden bei der hier verwendeten Simulation nur quadratische Polynome der Form

$$\Delta p_P \;=\; a - c\,\dot{V}^2\,, \quad a, c \in \mathbb{R}^+ \tag{11}$$

verwendet.

3 Modellierung eines Wärmenetzes

Um eine numerische Simulation des thermo-hydraulischen Verhaltens eines Wärmenetzes durchführen zu können, wird die zu modellierende reale Anlage mit ihren einzelnen Komponenten durch ein Anlagenskript beschrieben und auf ein Netzmodell abgebildet. Dabei soll das die Anlage beschreibende Modell bei hinreichender Genauigkeit möglichst einfach bezüglich des zu erwartenden Simulationsaufwandes abgebildet werden. Ein weiteres Ziel ist es, das Netzmodell so allgemein zu beschreiben, daß die Komponenten einer Anlage durch unterschiedliche, problemangepaßte Modellierungstiefen abgebildet werden können.

3.1 Graph eines Wärmenetzes

Zur Beschreibung verzweigter Wärmenetze wird die Graphentheorie verwendet. Damit gelingt es, für hydraulische Systeme einfache und übersichtliche Gleichungsstrukturen zur Beschreibung des hydraulischen Betriebsverhaltens zu entwerfen. Das dazu notwendige Vorgehen wird schrittweise in den Abb. 3 bis 5 dargestellt, wobei der Zusammenhang zwischen Wärmenetz und Graph deutlich wird.

Der Graph eines Wärmenetzes wird dadurch erhalten, daß alle Komponenten eines Netzes durch Kanten, und alle Verzweigungen bzw. Verbindungen durch Knoten dargestellt werden (Abb. 3). Kanten, die nicht durch Verzweigungen verbunden sind, werden vom selben Volumenstrom durchflossen und können demzufolge zu einem Ersatzzweig zusammengefaßt werden. Der auf diese Weise entstehende Graph enthält alle Verzweigungen des Netzes, deren Anzahl gleich der der Knoten des Graphen ist.

Aus dem nun vorliegenden Graphen wird ein gerichteter Graph, indem jeder Kante genau eine Richtung zugeordnet wird. Diese Richtungen können beliebig gewählt werden. Der so erhaltene schlingenlose, gerichtete Graph habe $K = \{1, ..., k\}$ Knoten und $Z = \{z_1, ..., z_n\}$ Kanten (Abb. 4).

Von entscheidender Bedeutung für die hier vorgestellte Beschreibung von Wärmenetzen sind die aufspannenden Bäume des dem Netz zugrundeliegenden Graphen. Ist $T = (K, Z')$ mit $Z' \subseteq Z$ ein solcher Baum, so erhalten wir durch Hinzufügen einer Kante des Graphen genau einen Kreis, genannt *Masche* oder *Fundamentalzyklus*. Die Orientierung der Masche ist dann durch die Richtung der Verbindungskante festgelegt. Die Menge $Z \setminus Z'$ ist die Menge der *Verbindungszweige* und entspricht in ihrer Mächtigkeit gerade der Anzahl der Maschen des Netzes. Die Abb. 5 zeigt einen aufspannenden Baum mit den entsprechenden Verbindungszweigen. Als Knoten-Kanten-Inzidenzmatrix A für dieses Beispiel erhalten wir

$$A = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & -1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix},$$

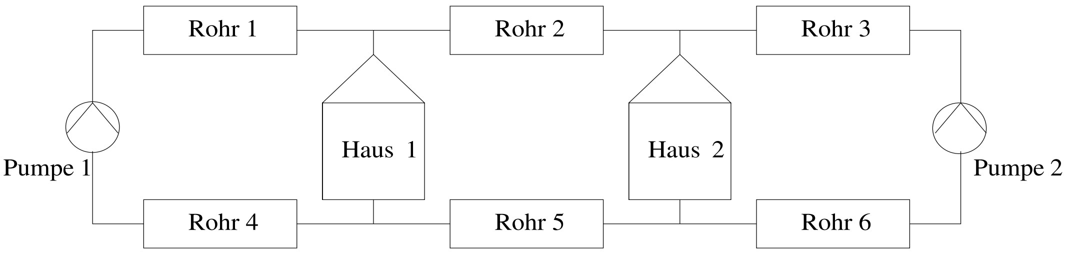

Abbildung 3: Anlagenschema eines Wärmenetzes

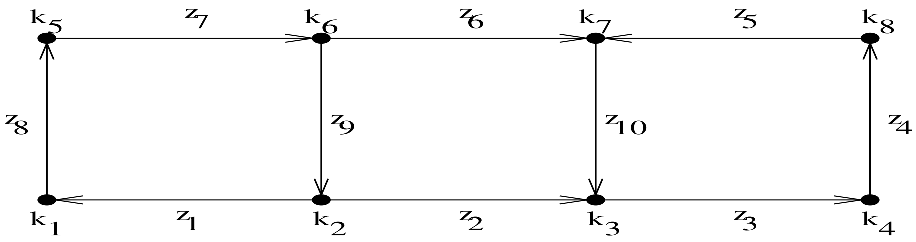

Abbildung 4: Gerichteter Graph des Wärmenetzes

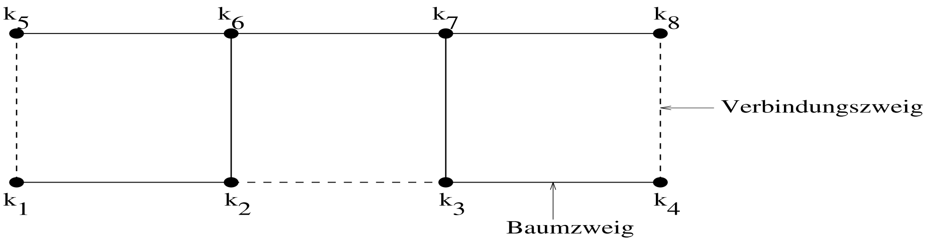

Abbildung 5: Spannender Baum des Graphen

und die Kreis-Kanten-Inzidenzmatrix B hat die Form

$$B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

3.2 Bilanzgleichungen

Analog zu den Kirchhoffschen Gesetzen für elektrische Netzwerke gelten in geschlossenen Wärmenetzen zwei fundamentale Beziehungen.

1. **Masseerhaltung**: Die Summe der Volumenströme an jedem Knoten des Netzes verschwindet identisch. Für den zugrundeliegenden Graphen impliziert dieser Sachverhalt die Knotenbedingung

$$A\dot{V} \;=\; 0\,, \tag{12}$$

   wobei A die Knoten-Kanten-Inzidenzmatrix und $\dot{V} = \{\dot{V}_1, \ldots, \dot{V}_n\}$ den *Volumenstromvektor* bezeichnen.

2. **Energieerhaltung**: Die Summe der Druckerhöhungen bzw. Druckabfälle in jeder Masche verschwindet identisch. In graphentheoretischer Formulierung bedeutet das

$$B\Delta p \;=\; 0\,, \tag{13}$$

   wobei B die Kreis-Kanten-Inzidenzmatrix und $\Delta p = \{\Delta p_1, \ldots, \Delta p_n\}$ den *Druckdifferenzvektor* bezeichnen (Δp setzt sich aus (6),(8),(9) und (10) bzw. (11) zusammen).

Ordnen wir jeder Masche den Volumenstrom zu, der durch den zu der Masche gehörenden Verbindungszweig fließt, so erhalten wir den *Maschenstromvektor* $\dot{V}_M = \{\dot{V}_{m_1}, \ldots \dot{V}_{m_r}\}$. Der Druckdifferenzenvektor ist damit eine Funktion des Maschenstromvektors. Bei bekanntem Maschenstromvektor $\dot{V}_M$ berechnet sich der Volumenstromvektor $\dot{V}$ mit Hilfe der Transponierten der Kreis-Kanten-Inzidenzmatrix durch

$$\dot{V} \;=\; B^T \dot{V}_M . \tag{14}$$

Aufgrund der fundamentalen Identität (siehe [2])

$$AB^T \;=\; 0$$

erfüllt ein aus (14) erhaltener Volumenstromvektor $\dot{V}$ die Masseerhaltungsgleichung (12). Das zu lösende, dem Wärmenetz zugrundeliegende Gleichungssystem ist durch Gleichung (13) gegeben.

4 Aufbau und Lösung des Gleichungssytems

Nachfolgend wird anhand des Wärmenetzes aus Abb. 3 beschrieben, wie das Gleichungssystem (13) aufgebaut und mit welchem numerischen Verfahren es gelöst wird.

4.1 Aufbau der Zielfunktion

Um im weiteren die Schreibweise zu erleichtern, werden die folgenden Bezeichnungen eingeführt:

$$\begin{aligned}
M &= \{m_1, m_2, ..., m_r\} && - \quad \text{Menge der Maschen} \\
Z &= \{z_1, z_2 ...., z_n\} && - \quad \text{Menge der Kanten} \\
\dot{V}_M &= \left\{\dot{V}_{m_1}, \dot{V}_{m_2}, ..., \dot{V}_{m_r}\right\} && - \quad \text{Maschenstromvektor} \\
F &= (f_1, f_2, ..., f_r) && - \quad \text{Zielfunktionsvektor}\,.
\end{aligned}$$

Jedem Zweig wird a-priori ein Anfang und ein Ende zugeordnet. Dadurch ist die Fließrichtung des Volumenstroms durch jeden Zweig festgelegt.

Da in natürlicher Weise die Energieerhaltung im Netz die Grundlage für den Aufbau der Zielfunktion bildet, jedoch in der Rohrhydraulik die Druckdifferenz proportional zum Quadrat des Volumenstroms ist, führen wir zur Verwaltung der Richtungen der Druckdifferenzen die folgende Funktion ein (in allen übrigen Fällen ist diese "Vorzeichenfunktion" nicht nötig):

g_k **:** dient dem Vergleich der tatsächlichen Druckabfallrichtung auf dem Zweig z_k mit der vordefinierten Druckabfallrichtung (diese ist abhängig von der Summe aller auf diesem Zweig fließenden Maschenströme), d.h. es gilt:

$$g_k \;:=\; \begin{cases} -1 & : \quad \text{Summe aller Maschenströme auf dem Zweig ist negativ} \\ 1 & : \quad \text{sonst}\,. \end{cases}$$

Mit Hilfe dieser Vorzeichenfunktion und der Kreis-Kanten-Inzidenzmatrix B kann der Druckabfall auf jedem Zweig berechnet werden.

Die Zielfunktion für eine beliebige Masche m_i wird gemäß

$$f_i \;=\; f_i(\dot{V}_M) \;:=\; Druckabf\ddot{a}lle - Druckerh\ddot{o}hungen \;=\; \sum_{j=1}^{n} b_{i,j}\, \Delta p_j\,, \qquad i = 1, \ldots, r$$

definiert, d.h. sie setzt sich aus der Summe aller Druckerhöhungen und Druckabfälle der zu dieser Masche gehörenden Zweigen zusammen. Als Druckquellen werden hier ausschließlich Pumpen verwendet. Da der Volumenstrom in der Pumpe eine eindeutige Richtung entsprechend des Druckgefälles erfährt (d.h. $b_{i,k} \;=\; 1$ und $g_k \;=\; 1$), erhalten wir für die Druckerhöhung in der Masche:

1. m_i enthält eine Pumpe:
$$-Druckerhöhung \;=\; c\,\dot{V}^2_{m_i} - a \;=\; -\Delta p_P \;=\; b_{i,k}\,\Delta p_k\,,$$
wobei die Koeffizienten a und c die Kennlinie der verwendeten Pumpe beschreiben (siehe (11)).

2. m_i enthält keine Pumpe:
$$Druckerhöhung \;=\; 0\,.$$

Die Druckabfälle im Netz werden durch die übrigen Komponenten verursacht, z.B. durch Rohre, Ventile und einfache Widerstände. Der Druckabfall auf einer solchen Komponente $z_k \in m_i$ ist durch

$$Druckabfall \;=\; b_{i,k}\,g_k\,R_k\left(\sum_{j=1}^{r} b_{j,k}\,\dot{V}_{m_j}\right)^2 \;=\; b_{i,k}\,\Delta p_k$$

gegeben.

Bemerkungen:

- Das resultierende nichtlineare Gleichungssystem (13) besitzt quadratischen Charakter.
- Weil Pumpenkomponenten hier generell als Verbindungszweige abgebildet werden, beinhaltet jede Masche maximal eine Pumpe.

4.2 Beispiel

Zur Veranschaulichung des in den vorhergehenden Abschnitten beschriebenen Vorgehens betrachten wir das in Abb. 6 dargestellte 3-Maschensystem. Aus der Wahl der Verbindungszweige des Netzes ergeben sich die

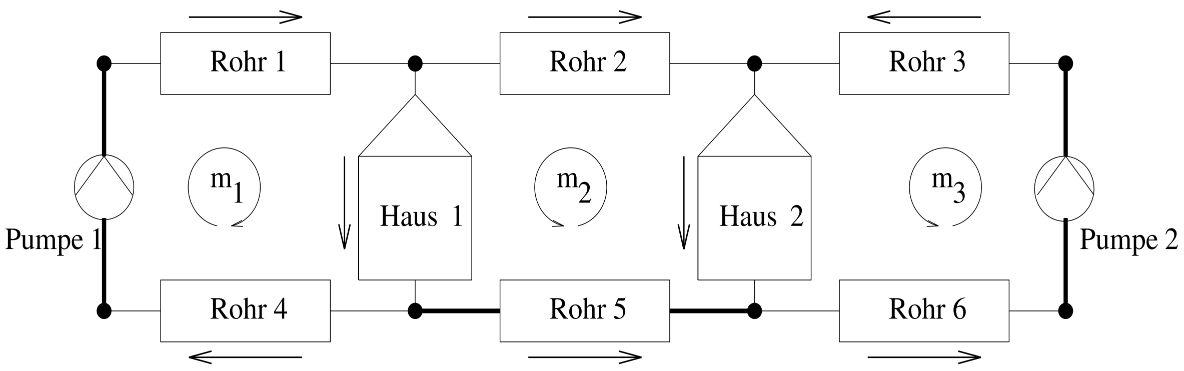

Abbildung 6: Ein 3-Maschensystem

folgenden Maschenströme:

$$\begin{aligned}\dot{V}_{m_1} &= \dot{V}_{Pumpe1}\\ \dot{V}_{m_2} &= \dot{V}_{Rohr5}\\ \dot{V}_{m_3} &= \dot{V}_{Pumpe2}\,.\end{aligned}$$

Exemplarisch gilt für den Druckverlust in *Rohr 1*

$$\begin{aligned}\Delta p_{Rohr1} &= g_{Rohr1} R_{Rohr1} \dot{V}^2_{Rohr1}\,,\\ g_{Rohr1} &= \begin{cases} -1 & : \;\dot{V}_{m_1} < 0 \\ 1 & : \;\dot{V}_{m_1} \geq 0\,,\end{cases}\end{aligned}$$

und den Druckverlust in *Haus 1*

$$\begin{aligned} \Delta p_{Haus1} &= g_{Haus1} R_{Haus1} \dot{V}^2_{Haus1}\,, \\ g_{Haus1} &= \begin{cases} -1 & : \; \dot{V}_{m_1} + \dot{V}_{m_2} < 0 \\ 1 & : \; \dot{V}_{m_1} + \dot{V}_{m_2} \geq 0\,. \end{cases} \end{aligned}$$

Die Energiebilanz für dieses Netz ist nach Gleichung (13) durch

$$\begin{aligned} \Delta p_{Pumpe1} &= \Delta p_{Rohr1} + \Delta p_{Haus1} + \Delta p_{Rohr4}\,, && \text{(Masche 1)} \\ 0 &= \Delta p_{Rohr5} + \Delta p_{Haus1} - \Delta p_{Rohr2} - \Delta p_{Haus2}\,, && \text{(Masche 2)} \\ \Delta p_{Pumpe2} &= \Delta p_{Rohr3} + \Delta p_{Haus2} + \Delta p_{Rohr6}\,, && \text{(Masche 3)} \end{aligned}$$

gegeben und liefert als Resultat den Maschenstromvektor $\dot{V}_M$. Die Vorzeichen der Druckverluste der rechten Seite der Gleichungen ergeben sich durch den Vergleich der vordefinierten Flußrichtung auf dem Zweig und der Maschenrichtung, wobei die Maschenrichtung gleich der Richtung des jeweiligen Verbindungszweiges der Masche ist. In der *Kreis-Kanten-Inzidenzmatrix* sind diese Vorzeichen enthalten. Der Druckverlust ΔP_{Rohr2} hat ein negatives Vorzeichen, da im *Rohr2* die Flußrichtung gegenläufig zur Maschenrichtung definiert ist. Der eigentlich interessierende Volumenstromvektor $\dot{V}$ kann jetzt gemäß Gleichung (14) berechnet werden:

$$\begin{aligned} \dot{V}_{m_1} &= \dot{V}_{Pumpe1} = \dot{V}_{Rohr1} = \dot{V}_{Rohr4} \\ \dot{V}_{m_1} + \dot{V}_{m_2} &= \dot{V}_{Haus1} \\ \dot{V}_{m_2} &= \dot{V}_{Rohr5} = -\dot{V}_{Rohr2} \\ \dot{V}_{m_3} - \dot{V}_{m_2} &= \dot{V}_{Haus2} \\ \dot{V}_{m_3} &= \dot{V}_{Pumpe2} = \dot{V}_{Rohr6} = \dot{V}_{Rohr3}\,. \end{aligned}$$

4.3 Lösungsverfahren

Wie im vorhergehenden Abschnitt dieses Kapitels dargestellt, reduziert sich die Aufgabe der Massenstromberechnung in einem beliebig vermaschten Wärmenetz auf die Lösung eines nichtlinearen Gleichungssystems der Form $F(x^*) = 0$. Zur numerischen Lösung dieses Sytems wird ein *gedämpftes Newton-Verfahren* verwendet.

Gedämpftes Newton-Verfahren:

1. wähle einen Startwert $x_0 \in \mathbb{R}^n$, eine Fehlertoleranz $\epsilon \in \mathbb{R}^+$ und setze $k := 0$
2. falls $||F(x_k)|| < \epsilon$, stoppe mit $x^* = x_k$,
   andernfalls berechne $A_k := DF(x_k)$; (DF bezeichnet die Jacobi-Matrix von F)
3. berechne die Newtonsche SuchrichtungΔx_k durch Lösung des Gleichungssystems
   $$A_k \Delta x_k = -F(x_k)$$
4. bestimme zu $x_k, \Delta x_k$ ein $\lambda_k \in (0,1]$ derart, daß
   $$||F(x_k + \lambda_k \Delta x_k)|| < ||F(x_k)||$$
   gilt (Line-Search)
5. Berechnung der neuen Iterierten x_{k+1} durch
   $$x_{k+1} = x_k + \lambda_k \Delta x_k\,,$$
   erhöhe k um Eins und fahre fort mit 2.

Die numerisch aufwendigen Teile des Algorithmus' sind die Berechnung von A_k im 2., die Lösung des Gleichungssystems im 3. und die Bestimmung von λ_k im 4. Schritt. Der numerische Aufwand läßt sich jedoch durch einige Modifikationen verringern:

- Auslassen von Schritt 4 führt auf das gewöhnliche Newton-Verfahren (mit $\lambda_k = 1$)
- Berechnug von A_k nur nach fest vorgegebener Anzahl von Schritten und Auslassen von Schritt 4 liefert das vereinfachte Newton-Verfahren
- Berechnung von geeigneten Näherungen von A_k mit Hilfe von $x_k, F(x_k)$ und $x_{k-1}, F(x_{k-1})$ mit Hilfe von *Rang-1-Updates*

Bemerkung :

Diese Vereinfachungen und die damit verbundenen Reduktionen des numerischen Aufwandes gehen zu Lasten der Zuverlässigkeit des Verfahrens. Untersuchungen zu dieser Thematik im vorliegenden Kontext sind in [3] enthalten. In diesem Artikel schlägt Dehmel auch eine Strategie der Vorverkürzung vor. Ein Newton-Verfahren mit dieser Strategie gestattet selbst bei Konvergenz der Iterierten gegen ein Normminimum von F eine saubere Terminierung.

In der Praxis wurden als Abbruchbedingungen neben der unter 2. genannten noch die relative Normdifferenz zweier aufeinanderfolgender Iterierter verwendet. Die Bestimmung von $\lambda_k \in (0, 1]$ in Schritt 4 wurde mittels Bisektion ausgehend von $\lambda_k = 1$ realisiert.

4.4 Thermische Rechnung

Die hier betrachteten Wärmenetze bestehen aus verzweigten Rohrsystemen. Jeder Komponente dieses Netzes muß eine entsprechende Eintrittstemperatur zugewiesen werden. Diese ist jedoch davon abhängig, ob die entsprechende Komponente durch eine einfache Verbindung oder durch eine Stromverzweigung mit anderen Komponenten verbunden ist. Bei Rohrverzweigungen muß grundsätzlich zwischen einer Stromtrennung und einer Stromvereinigung unterschieden werden. Dabei ist zu beachten, daß durch eine Änderung der Durchflußrichtung während des Betriebs eine Stromtrennung zu einer Stromvereinigung (und umgekehrt) werden kann.

Die Berechnung der Eintrittstemperaturen ergibt sich aus einfachen Enthalpiebilanzen wie folgt:

- Wenn zwei Rohre durch eine einfache Verbindung miteinander verknüpft sind, dann entspricht die Austrittstemperatur des jeweils vorhergehenden Rohres $T_{Aus,i-1}$ der Eintrittstemperatur $T_{Ein,i}$ des nachfolgenden Rohres:
$$T_{Ein,i} = T_{Aus,i-1} .$$
- Bei einer Stromtrennung ist die Eintrittstemperatur der abgehenden Rohre (Rohr 1 und Rohr 2) gleich der Austrittstemperatur des ankommenden Rohres (Rohr 3):
$$T_{Ein,1} = T_{Ein,2} = T_{Aus,3} .$$
- Bei einer Stromvereinigung muß die Eintrittstemperatur im abgehenden Rohr (Rohr 1) aus den Massenströmen und den dazugehörigen Austrittstemperaturen der ankommenden Rohre (Rohr 2 und Rohr 3) nach der Mischregel bestimmt werden:
$$T_{Ein,1} = \frac{\sum \dot{m}_i T_{Aus,i}}{\sum \dot{m}_i} = \frac{\dot{m}_2 T_{Aus,2} + \dot{m}_3 T_{Aus,3}}{\dot{m}_2 + \dot{m}_3} .$$

Die Berechnung der Austrittstemperaturen der Rohrstücke erfolgt nach Zuweisung der Eintrittstemperaturen durch Lösen der Differentialgleichung

$$\frac{dT_{Mittel,i}}{dt} = \frac{\dot{m}c_p(T_{Ein,i} - T_{Aus,i}) - A_{Au}k(T_{Fluid,mittel} - T_U)}{mc_p}, \tag{15}$$

wobei k den Wärmedurchgangskoeffizienten, A_{Au} die Außenfläche des isolierten Rohres, $\dot{m}$ den Massenstrom und c_p die spezifische Wärmekapazität des Fluids bezeichnet. Der Wärmedurchgangskoeffizient k wird dabei gemäß

$$\frac{1}{kA_{Au}} = \frac{1}{\alpha_{In}A_{In}} + \frac{D_{Iso}}{2\lambda_{Iso}A_{Iso}} + \frac{1}{\alpha_{Au}A_{Au}}$$

berechnet. Hier bezeichnet α den Wärmeübergangskoeffizient und A eine entsprechende logarithmisch gemittelte Fläche.

In der Differentialgleichung (15) werden zum einen die thermischen Verluste (Wärmeabgabe an die Umgebung) und zum anderen der zeitliche Verlauf der Temperatur berücksichtigt.

5 Simulation eines realen Nahwärmenetzes

Im folgenden wird das in Abb. 7 dargestellte Nahwärmenetz unter Einbeziehung eines vereinfachten Regelkonzeptes simuliert.
Dieses Nahwärmenetz versorgt ein *Schwimmbad* (Sb), eine *Sporthalle* (Sh), ein *Rathaus* (Rh) und ein *Wohnhaus* (Wh) mit Wärme. Die Anlage wird wärmetechnisch durch die Auslegungsleistungen der *Kessel*, des *Blockheizkraftwerks* (BHKW) und den Wärmebedarf der *Gebäude* (siehe Abb. 7), die über *Wärmetauscher* (Wt) ins Netz eingebunden werden, beschrieben. Das BHKW hat eine thermische Solleistung von 318 kWth, die nur bei Überschreiten der maximalen Betriebstemperatur von $85°C$ abnimmt. Die beiden Kessel haben eine thermische Auslegungsleistung von je 1250 kWth Das hydraulische System wird vor allem durch die Druckverluste auf den einzelnen Komponenten, die Dimensionierung des Rohrnetzes und der Ventile sowie den Einsatz der Pumpen beschrieben. Die Betriebscharakteristik der Wärmetauscher, das thermische

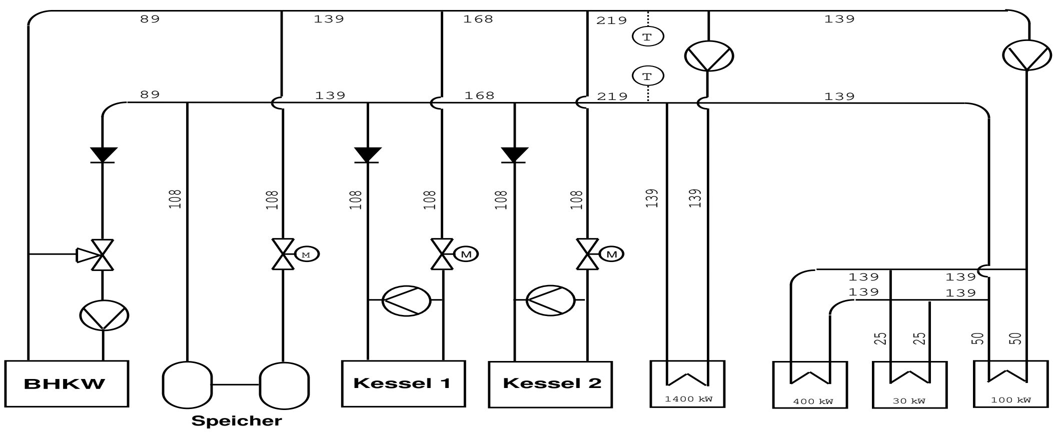

Abbildung 7: Reales Anlagenschema des Nahwärmenetzes

Verhalten der Rohre und die Auslegung der Pumpen und Ventile haben insbesondere auf das dynamische Netzverhalten einen großen Einfluß. Die übergeordnete Regelung der Wärmeeinspeisung und -verteilung durch die Pumpen und Ventile soll insbesondere im Hinblick auf die Rohrhydraulik untersucht werden.

Wichtigstes Charakteristikum dieses Nahwärmenetzes ist die Netzeinbindung aller Abnehmer über Wärmetauscher ohne netzseitige Volumenstrombeeinflussung, was sich zum einen in einer gleichmäßigen Volumenstromverteilung im Netz bemerkbar macht, zum anderen jedoch einen erhöhten übergeordneten Regelaufwand (d.h. übergeordnete Regelung der Netzpumpen statt selbständige abnehmergerechte Regelung über netzseitige Ventile an den Übergabestationen) bedeutet. Die Wärme wird von den Komponenten BHKW, Kessel 1 und Kessel 2, die zueinander parallel angeordnet sind, bereitgestellt. Das eigentliche Nahwärmenetz ist, wie auch die drei einzelnen Abnehmer, parallel zu dem BHKW, den beiden Kesseln und dem Schwimmbad-Wärmetauscher geschaltet.

Drei Pumpen sorgen für die Umwälzung im Netz. Eine Pumpe (*P1*), die mit konstanter Leistung betrieben wird, ist am BHKW eingebunden und regelt in Kombination mit einem Dreiwegeventil (*DWV*) und einem Rückschlagventil (*RSV*) den Volumenstrom durch und die Eintrittstemperatur in das BHKW. Direkt am Vorlaufverteiler sitzen die regelbaren Umwälzpumpen (*P2,P3*) für den Schwimmbad-Wärmetauscher und das Netz, die jeweils die doppelte Leistung der BHKW-Pumpe aufbringen können. Mit Hilfe der Ventile *V1* und *V2* wird über den Massenstrom die Netzvorlauftemperatur geregelt. Die thermische Leistung der Kessel stellt sich in Abhängigkeit der kesselinternen Regelung ein. Die gesamte Anlage kann thermisch in Wärmequelle und -senke und hydraulisch analog in Druckquelle und -senke geteilt werden. Vorlaufverteiler und Rücklaufsammler sind die Schnittstellen. Die maximale Rohrlänge zwischen Wärmequelle und -senke beträgt ca. 300 m.

Wärmesenken im realen Netz sind zum einen Wärmeverluste auf den Rohren und zum anderen die eigentlichen Abnehmer, die durch ein einfaches dynamisches Gebäudemodell abgebildet sind. Die Wärmeverluste auf den einzelnen Komponenten (BHKW, Kessel, Wärmetauscher, Ventile) werden in den Wärmeverlusten auf den Rohren zusammengefaßt.

Das Wärmenetz wurde nach einem vereinfachten Schema für die Simulation abgebildet (siehe Abb. 8). Es enthält alle wesentlichen hydraulischen und thermischen Komponenten des hydraulischen Netzes. Die Komponenten Kessel 1 und Kessel 2 bilden ein thermisches Modell eines regelbaren Heizkessels ab. In der Komponente BHKW wird ein über einen Wärmetauscher in das Netz eingebundenes BHKW modelliert. Die Wärmeabnehmer sind hydraulisch entkoppelt über die jeweiligen Wärmetauscher mit dem Netz verbunden.

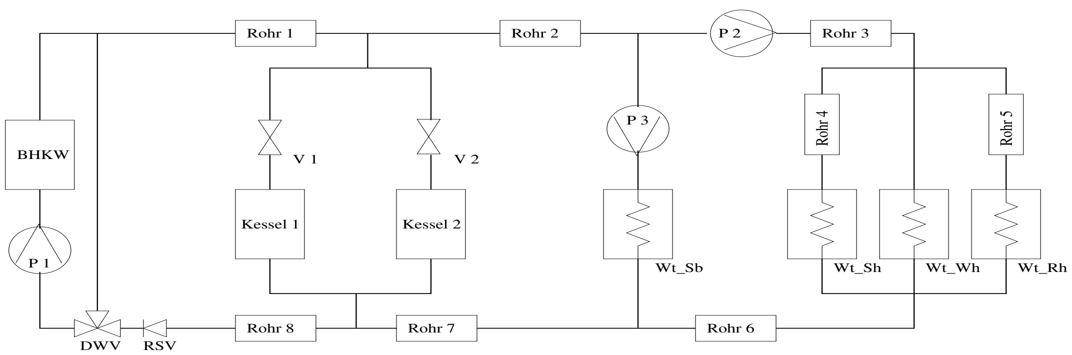

Abbildung 8: Schematische Darstellung des Anlagenschemas für die Simulation

5.1 Netzsimulation durch Vorgabe der Stellgrößen

In diesem Abschnitt wird der Zusammenhang zwischen Stellgrößen (Ventilstellungen und Leistungsabgabe der Netzpumpen) und Volumenstromverteilung in diesem Netz untersucht. Dazu wird, über vier Zeitab-

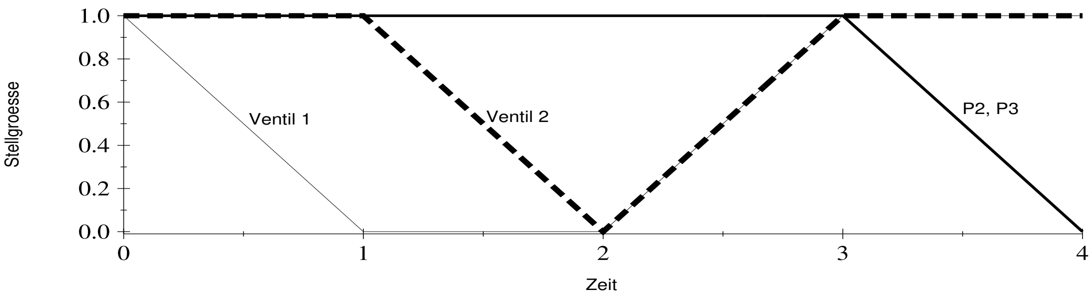

Abbildung 9: Aufgeprägte Stellgrößen

schnitte Δt_i verteilt, den regelbaren Komponenten des Netzes (Pumpen *P2,P3* und Ventile *V1, V2*) der in Abb. 9 dargestellte Verlauf aufgeprägt. Aus einer hydraulischen Simulation erhält man die einzelnen Volumenströme im Netz, die getrennt nach Wärmeabnehmer und -erzeuger dargestellt werden. Auf der

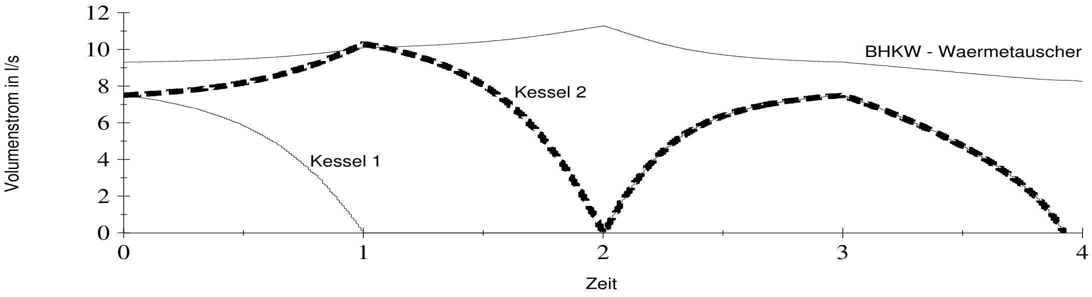

Abbildung 10: Volumenstrom auf der Seite der Wärmeerzeuger

Seite der Wärmeerzeuger ergibt sich der in Abb. 10 dargestellte Volumenstromverteilung. Hier werden die Volumenströme durch die drei einzelnen Komponenten getrennt diskutiert.

- **BHKW-Wärmetauscher**: Der Volumenstrom durch den *BHKW-Wärmetauscher* wird generell wenig von den Ventilstellungen und den Pumpenleistungen beeinflußt. Das liegt offensichtlich daran, daß die BHKW-Pumpe einen bestimmten Durchsatz durch den Wärmetauscher fast unabhängig von den hydraulischen Widerstände im Netz aufbringt, auch wenn diese Pumpe wesentlich kleiner als die Netzpumpen dimensioniert ist. Die Pumpe *P1* hat also, hinsichtlich des Volumenstroms durch den BHKW-Strang, eine regulierende Funktion auf der Seite der Drucksenke.

- **Kessel 1**: Im ersten Zeitintervall zeigt sich, daß der Volumenstrom durch den *Kessel 1* mit kleiner werdendem Öffnungsgrad bis auf Null zurückgeht. Ebenso sinkt er wieder im Zeitintervall Δt_4 mit kleiner werdender Pumpenleistung, da der Druckgewinn auf der Seite der Druckquelle abnimmt.

- **Kessel 2**: Der Volumenstrom durch den *Kessel 2* steigt im ersten Zeitintervall bei gleichbleibendem Öffnungsgrad des Ventils *V2* an, da das Ventil *V1* auf dem parallelen Zweig schließt. Hierdurch verändert sich die Verteilung der hydraulischen Widerstände auf der Seite der Wärmebereitstellung so, daß der Volumenstrom durch den BHKW-Wärmetauscher und den *Kessel 2* steigt. Sobald das Ventil *V2* schließt, fällt der Volumenstrom stärker als bei *Kessel 1* ab. In Δt_3 und Δt_4 zeigen beide Kessel dasselbe Verhalten. Die Widerstände der Kessel (Drucksenken) werden jedoch so groß, daß der Volumenstrom bereits Null wird, bevor die Pumpen ausgeschaltet sind.

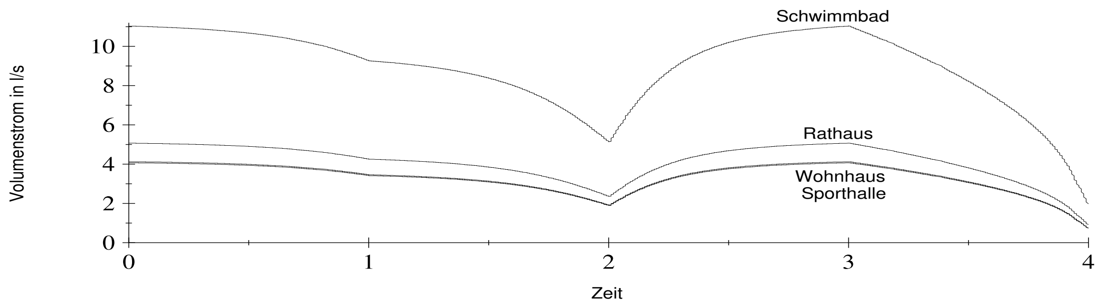

Abbildung 11: Volumenstrom auf der Seite der Wärmeabnehmer

Der Volumenstrom durch die Wärmeübergabestationen ist in Abb. 11 dargestellt und nachfolgend getrennt nach Zeitintervallen untersucht. Offensichtlich besitzen die parallel angeordneten Komponenten auf der Seite der Wärmesenke qualitativ ähnliche Verläufe.

- Im ersten Zeitinvervall wird der Einfluß der Regelung eines Ventils auf die Volumenstromverteilung deutlich. Die Reduzierung des Öffnungsgrades führt zu einem Anstieg des Widerstandes in einem Zweig, wodurch insgesamt der Netzwiderstand steigt. Bei gleichbleibender Leistungsabgabe der Pumpen bedeutet das eine Abnahme des Volumenstromes auf allen Zweigen des Wärmenetzes. Auf der Seite der Wärmebereitstellung (Drucksenke) werden schließlich nur noch zwei statt drei Zweige durchflossen.

- Während des zweiten Zeitintervalls ist ein analoges hydraulisches Verhalten zu beobachten. Der Einfluß des zweiten Ventils ist jedoch größer als der des ersten Ventils. Das liegt daran, daß durch das Schließen dieses Ventils der Widerstand im zweiten noch durchflossenen Zweig stark ansteigt. Auf der Seite der Wärmebereitstellung wird nur noch ein Zweig durchflossen, so daß der gesamte Volumenstrom durch ein Rohr mit großem hydraulischem Widerstand fließen muß. Das verursacht eine weitere Abnahme des Volumenstroms.

- Im dritten Zeitintervall, in dem beide Ventile wieder geöffnete werden, ist der parabolische Verlauf der Funktion $\Delta p = R\dot{V}^2$ gut erkennbar, denn der Widerstand R ist hier nur noch eine Funktion des linear ansteigenden Ventilöffnungsgrades.

- Im letzten Zeitintervall ist während der Regelung der Pumpengruppe ebenfalls der parabolische Verlauf ersichtlich. Die Volumenströme stellen sich in Abhängigkeit der Leistungsabgabe der BHKW-Pumpe ein, d.h. obwohl die Netzpumpen *P2,P3* ausgeschaltet sind, sorgt die BHKW-Pumpe für einen Mindestvolumenstrom im Netz.

5.2 Netzsimulation mit einer einfachen Regelstrategie

Nach der Analyse des direkten Einflußes der Stellgrößen auf den Volumenstrom soll die Anlage thermohydraulisch mit aufgeprägten jahrestypischen Temperaturverlauf (über 10 Tage verteilt) und unter Einbeziehung einer Regelstrategie simuliert werden. Dabei bestimmt die Außentemperatur den Wärmebedarf der

Gebäude, der durch das Netz zu decken ist.

Die beiden Heizkessel werden intern in Abhängigkeit von der Temperaturdifferenz zwischen Vor- und

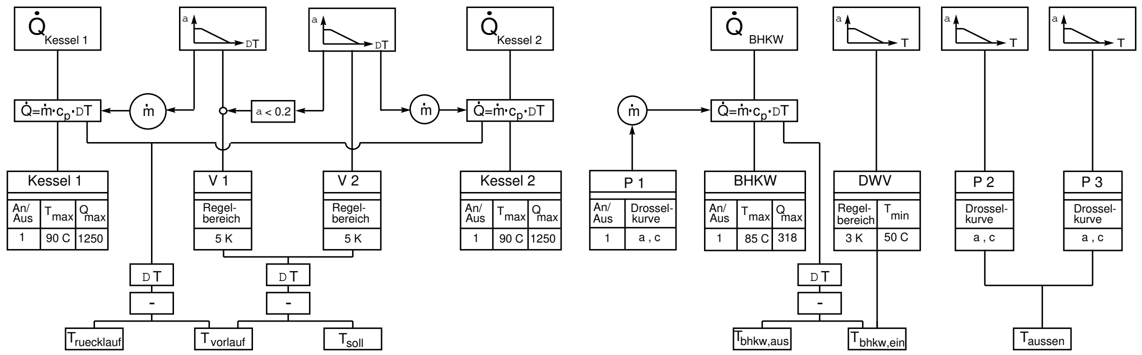

Abbildung 12: Regelschema

Rücklauf des Wärmenetzes geregelt und liefern eine konstante Kesseltemperatur von $90°C$. Die Wärmeabgabe an das Netz ergibt sich aus den Öffnungsgraden der beiden Kesselventile *V1* und *V2*. Diese Ventile werden nach einer linearen Kennlinie in Abhängigkeit von Regelabweichung ΔT, die sich zwischen der momentanen Netzvorlauftemperatur und einer Solltemperatur von $80°C$ einstellt, geregelt. Beide Ventile haben einen Regelbereich von 5 K. Das Ventil *V1* ist so lange vollständig geöffnet, solange das *V2* mindestens 20% geöffnet ist.

Das BHKW wird so geregelt, daß eine möglichst konstante thermische Leistung an das Wärmenetz abgegeben wird. Die Betriebstemperatur soll zwischen $50°C$ und $85°C$ liegen, und die vom BHKW-Wärmetauscher aufzuprägende Temperaturdifferenz soll 15 K betragen. Bei Überschreiten der maximalen Betriebstemperatur wird die Leistung des BHKWs reduziert. Bei Unterschreiten der minimalen Betriebstemperatur wird der Durchfluß durch den Bypass (Zirkulation durch den BHKW-Wärmetauscher) von einem temperaturgeführten Dreiwegeventil so geregelt, daß am BHKW-Eintritt mindestens $50°C$ anliegen.

Die Pumpen werden in Abhängigkeit von der Außentemperatur nach einer linearen Kennlinie geregelt (siehe Abb. 14). Bei $-14°C$ soll die Leistung der Pumpen 100% betragen und ab $15°C$ bei 20% liegen. Die außentemperaturgeführte Regelung der Pumpen (also indirekt der Massenströme) läßt sich aus dem Regelprinzip ableiten: Das Wärmenetz soll mit einer Temperaturdifferenz von 20 K zwischen Vor- und Rücklauf gefahren werden. Der Wärmebedarf der Häuser ist eine Funktion der Außentemperatur ($\dot{Q} = f(Au\beta entemperatur)$). Da die Wärmemenge durch $\dot{Q} = \dot{m}c_p\Delta T$ gegeben ist, muß bei fest vorgegebener Temperaturdifferenz ΔT der Massenstrom ($\dot{m} = f(Au\beta entemperatur)$) mit Hilfe der Pumpen *P1* und *P2* geregelt werden (indirektes Regelkriterium, $Pumpenleistung = f(Au\beta entemperatur)$). Vorgegeben sei der in Abb. 13 dargestellte Temperaturverlauf. Während der ersten 24 Stunden werden sehr tiefe Temperaturen vorgegeben (die Auslegungstemperatur der Anlage ist $-14°C$). Innerhalb der nächsten 24 Stunden steigt die Temperatur stark an (dynamisches Verhalten des Netzes). Zwischen Stunde 48 und 72 liegt eine konstant hohe Temperatur vor (Sommerbetrieb). Bis zur Stunde 144 fällt die Temperatur stufenweise ab, zwischen Stunde 168 und 182 wird ein leichter Temperaturanstieg vorgegeben (Übergangsjahreszeiten). Die Temperatur liegt dann bis zum Simulationsende, das nach 240 Stunden erreicht wird, bei $0°C$ (stationäres Verhalten). Durch die Abb. 14 wird gezeigt, wie die Pumpen in Abhängigkeit von der Außentemperatur geregelt werden. Desweiteren sieht man, daß die Kesselventile während der Heizperioden mindestens zu 80% geöffnet sind, und nur während des Sommerbetriebs weiter schließen, damit sich die

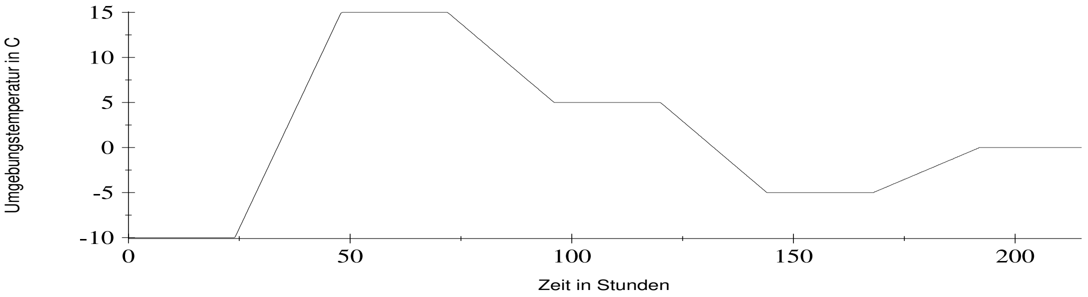

Abbildung 13: Außentemperatur

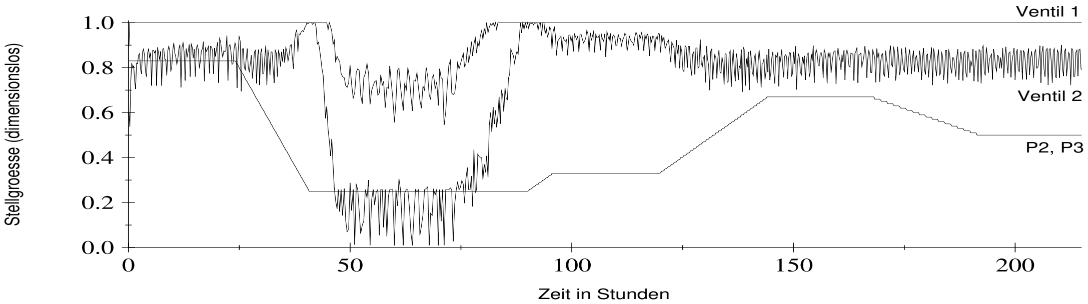

Abbildung 14: Stellgrößen

vorgegebene Vorlauftemperatur von $80°C$ einstellt.

Wärmeerzeuger:
Wie Abb. 15 zeigt, ist der Volumenstrom durch den BHKW-Wärmetauscher fast unabhängig von der durch die Netzpumpen erzeugten Druckdifferenz. Durch das BHKW fließt ein fast konstanter Volumenstrom, d.h. die BHKW-Pumpe *P1* hat offensichtlich eine den Volumenstrom stabilisierende Wirkung.

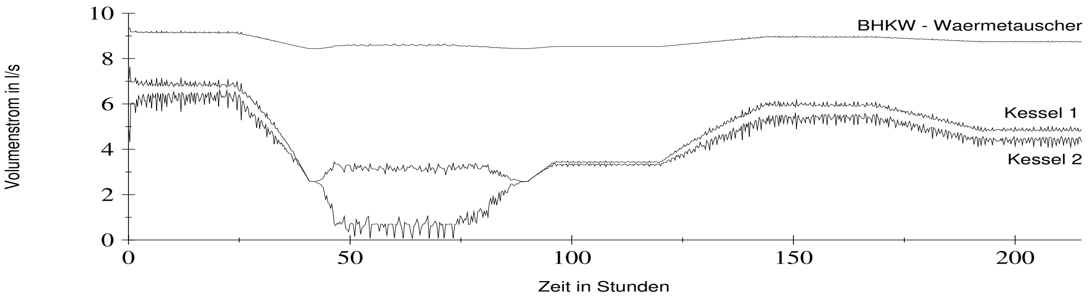

Abbildung 15: Volumenstrom auf Seite der Wärmeerzeuger

Wenn die Netzpumpen *P2* und *P3* eine große Leistung abgeben, ist die BHKW-Pumpe beinahe überflüssig, um einen Mindestvolumenstrom durch den BHKW-Wärmetauscher zu gewährleisten. Wird die Pumpenleistung der Netzpumpen bei gleichbleibenden Widerständen (konstante Ventilstellungen) verringert, so "greift" die BHKW-Pumpe ein.

Der *Kessel 1* wird zwischen Stunde 0 und 48 und ab Stunde 96 von einem Volumenstrom durchflossen, der sich in erster Linie aus der von den Netzpumpen aufgebrachten Druckdifferenz und weniger aus dem Öffnungsgrad des Ventiles *V2* ergibt. Der Volumenstrom durch *Kessel 2* stellt sich dagegen in Abhängigkeit vom Öffnungsgrad dieses Ventiles *und* der Druckdifferenz der Netzpumpen ein. Ein kleinerer Öffnungsgrad hat einen geringeren Durchfluß zur Folge (vergleiche Stunde 0 bis 24 und Stunde 48 bis 72).

Der *Kessel 1* wird zwischen Stunde 48 und 72 von einem größeren Volumenstrom durchflossen, als er sich allein aus der Pumpleistung und der Ventilstellung ergeben würde. Für 100% Öffnungsgrad und einer Pumpleistung von 20% ist nach einer Überschlagsrechnung (siehe dazu Abb. 9 und 10) mit einem Volumenstrom von ca. 2.7 l/s zu rechnen. Tatsächlich liegt der Volumenstrom aber bei ca. 3.1 l/s, obwohl das Ventil sogar nur zu ca. 80% geöffnet ist. Wenn bei sonst gleichbleibenden Randbedingungen der Widerstand auf dem Strang des *Kessels 2* stark ansteigt, ändert sich damit die Widerstandsverteilung im Netz so, daß bei einem fast konstantem Volumenstrom durch den BHKW-Wärmetauscher der Volumenstrom, der sich dann in erster Linie nach den Pumpenleistungen *P2* und *P3* einstellt, durch den *Kessel 1* fließt.

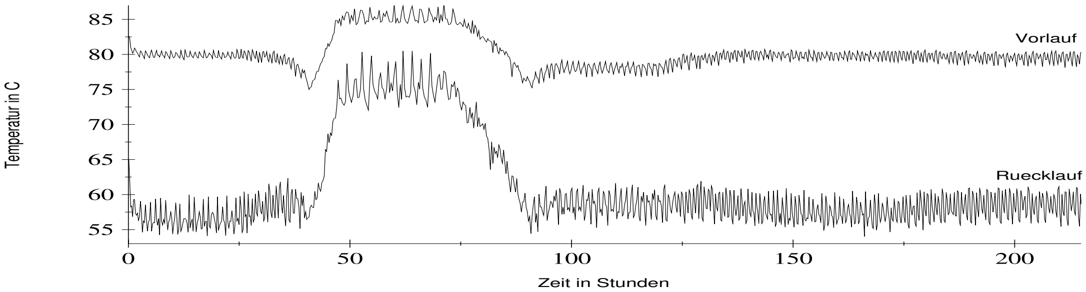

Abbildung 16: Vor- und Rücklauftemperatur im Netz

Die in Abb. 16 dargestellten Netztemperaturen stellen sich im stationären Zustand nach $\dot{Q} = \dot{m} c_p \Delta T$ in Abhängigkeit der abgenommenen und zugeführten Wärme und den Massenströmen in den Zweigen des Netzes ein. Die Soll-Vorlauftemperatur von $80°C$ sowie die Temperaturdifferenz zwischen Vor- und Rücklauf von $20°C$ wird in weiten Bereichen gut eingehalten. Lediglich bei hohen Außentemperaturen stellt sich aufgrund des stark verringerten Wärmebedarfs eine kleinere Temperaturdifferenz (ca. $10°C$) ein. Die Regelung reagiert darauf instabil. Die Vorlauftemperatur steigt in diesem Bereich auf ca. $85°C$ an. Der bei Stunde 48 auftretende Abfall der Vorlauftemperatur ist auf die Dynamik der Gebäude zurückzuführen: Da in Abhängigkeit der Außentemperatur die Leistung der Pumpen reduziert wurde, verursacht der noch bestehende Wärmebedarf der Abnehmer (Gebäudedynamik) diesen Temperaturabfall. Bei Stunde 96 ist ein analoger Sachverhalt zu beobachten.

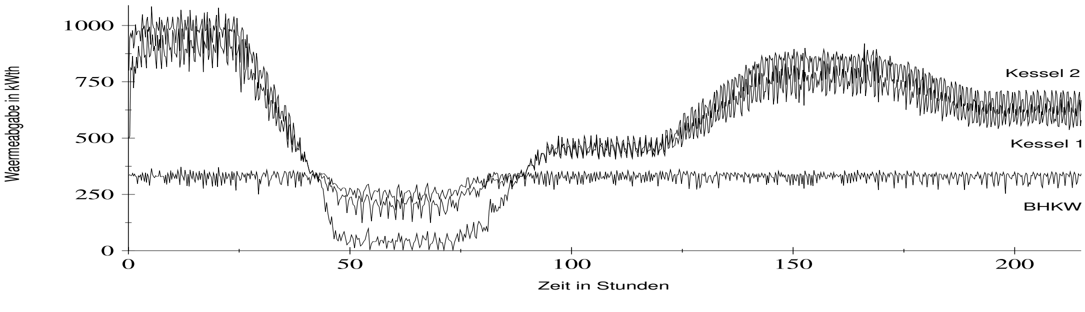

Abbildung 17: Wärmeabgabe der Wärmeerzeuger

Die Wärmeabgabe der Heizkessel und des BHKW's ist entsprechend dem Regelkonzept indirekt mit dem Wärmebedarf gekoppelt (siehe Abb. 17). Für *Kessel 1* und *2* ergibt sich die Wärmeabgabe direkt aus dem *Massenstrom* (in Abhängigkeit von der Ventilstellung) und der *Temperaturdifferenz* (variable Rücklauftemperatur im Auslegungsbereich und konstante Vorlauftemperatur). Bei hoher Außentemperatur ist ein effektiver Kesselbetrieb wegen der ansteigenden Netz-Rücklauftemperatur nicht gewährleistet und die BHKW-Leistung muß reduziert werden. Die Kessel geben jedoch trotz der verringerten BHKW-Leistung Wärme ab, was eine wesentliche Schwäche des hier benutzten Regelkonzeptes aufzeigt.

Wärmeabnehmer:
Die Volumenstromverteilung im Nahwärmenetz stellt sich in in erster Linie in Abhängigkeit von den Pumpenleistungen ein. Die Abb. 18 zeigt, daß in den Zeitintervallen, in denen die Leistung der Pumpen zurück-

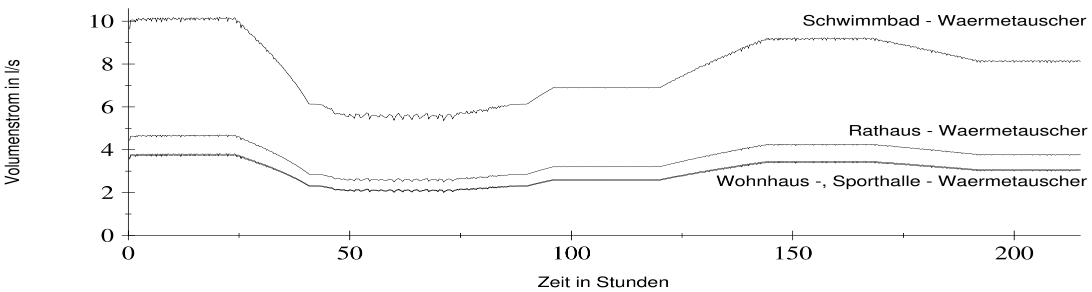

Abbildung 18: Volumenstrom auf Seite der Wärmeabnehmer

genommen wird (Stunde 48 bis 96), auch der Einfluß der Kesselventile auf die Rohrhydraulik bemerkbar ist. Die Größenordnungen zwischen (Ventil-) Widerständen auf der Seite der Drucksenke und den Pumpenkoeffizienten auf der Seite der Druckquellen sind in diesen Zeitintervallen ähnlich.

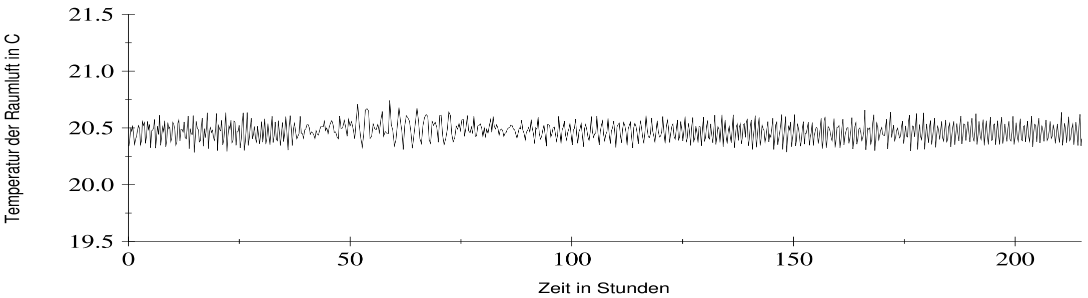

Abbildung 19: Raumlufttemperatur der Gebäude

Das Netz soll in Abhängigkeit von der Außentemperatur so gefahren werden, daß die vorgegebene Solltemperatur der Raumluft von $20°C$ (Regelbereich = 1 K) eingehalten wird. Der in Abb. 19 exemplarisch gezeigte Temperaturverlauf für ein Gebäude macht deutlich, daß diese Vorgaben gut eingehalten werden.

6 Zusammenfassung

Mit der Berechnung der Betriebspunkte des Nahwärmenetzes wurde gezeigt, daß *Smile* ein nützliches Simulationswerkzeug zur hydraulischen und thermischen Untersuchung von Wärmenetzen bereitstellt. Dabei gestattet die hier verwendete Methode eine Simulation ohne jegliche Vorkenntnisse über den zu erwartenden Volumenstrom im Netz. Mit einer Simulation können zum einen Auswirkungen bestimmter Betriebszustände auf die Rohrhydraulik aufgezeigt werden und so Schwachstellen im Netz dargestellt und analysiert werden, zum anderen dient die Simulation der Optimierung von Regelkriterien und -strategien. Weitere Anwendungsgebiete liegen im Bereich der Zuverlässigkeitsanalyse und von Parameter- und Designstudien. Zudem wird durch die Abbildung der Netztopologie auf ein graphentheoretisches Modell die Dimension des zu lösenden nichtlinearen Gleichungssystems auf ein Minimum reduziert. Damit ist die hier vorgestellte Methode besonders gut zur Simulation von großen Netzen geeignet.

Für die Unterstützung bei der Erstellung dieser Arbeit möchten wir uns recht herzlich bei Herrn Prof. Dr. Grigorieff, Herrn Prof. Dr. Bartsch und Herrn Dipl.-Ing. Jochum bedanken. Herrn Dipl.-Ing. Lü-Köhler danken wir für die Mithilfe bei programmtechnischen Vorarbeiten.

Literatur

[1] Brühl, G.: Rechnergestützte Simulation von Fernwärmenetzen. Technische Universität Berlin, Institut für Verfahrenstechnik, Preprint (1989).

[2] Chen, W.K.: Applied Graph Thoery. North-Holland Amsterdam, (1976).

[3] Dehmel, K.-H.: Forschungsbericht. Technische Universität Berlin, Fachbereich Mathematik, Zwischenbericht des UF4 (1994).

[4] Grammling, F.: Rechnergestützte Analyse von Heizungsrohrnetzen. Technische Universität Stuttgart, Institut für Energiesysteme, Preprint (1988).

[5] Humpich, K.: Ein Beitrag zur Simulation des dynamischen Betriebsverhaltens von Wärmeversorgungsanlagen in Gebäuden. Technische Universität Berlin, DissInstitut für Energietechnik, Dissertation (1991).

[6] Jochum, P.: Einsatz der Simulationsumgebung SMILE zur Simulation solar unterstützter Heizsysteme. 5. Symposium Thermischer Solarenergie, Regensburg, Tagungsband (1995).

[7] Köhler, G., Rögnitz, H.-J.: Maschinenteile. Teubner, Stuttgart (1988).

[8] Lü-Köhler, C.: Simulation von Wärmenetzen. Technische Universität Berlin, Zwischenbericht des UF4 (1995).

[9] Schade, H., Kunz, E.: Strömungslehre. Walter de Gruyter, Berlin (1989).

[10] Vereien Deutscher Ingenieure: VDI-Wärmeatlas. Verlag des Vereins Deutscher Ingenieure, Düsseldorf (1984).