Prof. Dr. M. Hinze WS 2006/2007

Übungen zur Vorlesung Funktionalanalysis
Blatt 7
Abgabetermin: 18.12.2006 vor der Übung

Aufgabe 1: (6 Punkte) (Dualraum von $l^p(\mathbb{K})$, Literaturaufgabe). Weisen Sie nach, dass für $1 \le p < \infty$

$$l^p(\mathbb{K})' = l^q(\mathbb{K}),$$

wobei $\frac{1}{p} + \frac{1}{q} = 1$ erfüllt sei. Tipp: Betrachten Sie $T : l^q(\mathbb{K}) \to l^p(\mathbb{K})'$,

$$\langle Ty, x\rangle_{l^p(\mathbb{K})', l^p(\mathbb{K})} := \sum_{k=1}^{\infty} x_k \overline{y_k}.$$

Aufgabe 2: (6 Punkte) Charakterisieren Sie c_0', wobei

$$c_0 := \{x \in l^\infty(\mathbb{K}); \lim_{i\to\infty} x_i = 0\}.$$

Herauskommen wird $c_0' = l^1(\mathbb{K})$, also $l^\infty(\mathbb{K})' \ne l^1(\mathbb{K})$!

Aufgabe 3: (4 Punkte) (Adjungierte Abbildung). Seien X, Y normierte Räume und $T \in L(X, Y)$. Weisen Sie nach, dass der Operator $T' : Y' \to X'$ definiert durch

$$\langle T'y', x\rangle_{X',X} := \langle y', Tx\rangle_{Y',Y}$$

ein Element aus $L(Y', X')$ darstellt.

Aufgabe 4: (4 Punkte) Charakterisieren Sie K', wobei mit $k \in L^2(\Omega \times \Omega)$

$$K : L^2(\Omega) \to L^2(\Omega); \quad (Kf)(x) := \int_\Omega k(x,y)f(y)dy \text{ für fast alle } x \in \Omega.$$