Prof. M. Hinze **WS 05/06**

6. Übung vom 14. - 18. 11. 05

5) Zeigen Sie, dass die folgenden Vektorfelder $\mathbf{v} : G \to \mathbb{R}^n$ eine symmetrische JACOBI-Matrix haben, aber keine Gradientenfelder in G sind. Woran liegt das?

$$(a) \quad \mathbf{v}(x,y,z) = \frac{c}{x^2+y^2}\begin{pmatrix} -y \\ x \\ 0 \end{pmatrix}, \qquad G = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 \mid (x,y) \neq (0,0)\}$$

$$(b) \quad \mathbf{w}(x,y) = \begin{pmatrix} \dfrac{y}{x^2+y^2} + y \\ x - \dfrac{x}{x^2+y^2} \end{pmatrix}, \qquad G = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid (x,y) \neq (0,0)\}\ .$$

6) Berechnen Sie das Arbeitsintegral des Vektorfeldes $\mathbf{v} : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$,

$$\mathbf{v}(x,y,z) = (2xy + z^3, x^2, 3z^2x)^T$$

längs des Kurvenstücks $\gamma(t) = (t, 1-t, 1)^T$, $0 \leq t \leq 1$.