

**Mathematik II** 12. Übung (9.1 - 13. 1. 06)  
**Partielle Differentialgleichungen Teil 1**

1. Von den folgenden partiellen Differentialgleichungen bestimme man, falls möglich, die Lösungen  $z(x, y)$ , die den angegebenen Zusatzbedingungen genügen:

a)  $z_{yy} = 2$  mit  $AB : z(x, 0) = 1, z_y(x, 0) = x;$   
b)  $z_{xy} = 2x + 2y$  mit  $RB : z(x, 0) = x, z(0, y) = y^2;$   
c)  $z_{yy} = 2x + 2y$  mit  $AB : z(x, 0) = x, z_y(x, 0) = 1.$

---

2. Man bestimme die allgemeine Lösung  $z(x, y)$  der partiellen Differentialgleichung

$$z_{xy} + z_x = xy,$$

nachdem man diese zunächst durch die Substitution  $p = z_x$  auf eine gewöhnliche Differentialgleichung zurückführt.

---

3. Folgende partielle Differentialgleichungen sind unter Verwendung der angegebenen Substitution zu lösen:

a)  $az_x + bz_y = 1$  ( $a \neq 0$ ) mit  $\xi = x, \eta = ay - bx;$   
b)  $w_x + w_y + w_z = 0$  mit  $\xi = x, \eta = y - x, \zeta = z - x.$

---

4. Mit Hilfe der Substitution  $\xi(x, y) = \frac{y}{x}, \eta(x, y) = xy$  bestimme man die allgemeine Lösung  $z(x, y)$  der partiellen Differentialgleichung

$$x^2 z_{xx} - y^2 z_{yy} + xz_x - yz_y = 0.$$

---