Universität Hamburg

2. Übung zur Polyedrischen Algebra

Aufgabe 1
Zeige, dass $\text{in}_\omega(f \cdot g) = \text{in}_\omega(f) \cdot \text{in}_\omega(g)$.
Folgere, dass $\text{Newton}(f \cdot g) = \text{Newton}(f) + \text{Newton}(g)$.

Aufgabe 2
Das Birkhoff-Polytop ist die Menge aller doppelt-stochastischen Matrizen:

$$B_n := \left\{ A \in \mathbb{R}^{n \times n}_{\geq 0} \ : \ \sum_i a_{ij} = \sum_j a_{ij} = 1 \right\}.$$

Bestimme die Dimension von B_n und stelle B_n als konvexe Hülle endlich vieler Punkte dar.

Aufgabe 3
Das Permutaeder P_n ist die Konvexe Hülle des Orbits von $(1, 2, \ldots, n) \in \mathbb{R}^n$ unter Koordinatenpermutationen.
Bestimme die Dimension von P_n und stelle P_n als Schnitt endlich vieler Halbräume dar.

Aufgabe 4
Bestimme eine universelle Gröbnerbasis für das torische Ideal zur Matrix $A = \left(\begin{smallmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 2 & 3 \end{smallmatrix}\right)$ (Twisted Cubic Curve).