

# Übungen zur Vorlesung

## Einführung in dynamische Systeme

### Blatt 6

#### Aufgabe 1:

a) Beweisen Sie: Wenn die Abbildung  $f$  zu der Abbildung  $\tilde{f}$   $C^k$ -konjugiert ist ( $k \geq 0$ ) und die Abbildung  $g$  zu  $\tilde{g}$ , dann auch die Produktabbildung  $f \times g$  zu  $\tilde{f} \times \tilde{g}$ .

(Für zwei Abbildungen  $f, g$  ist die Produktabbildung gegeben durch  $(f \times g)((x, y)) = (f(x), g(y))$ .)

b) Beweisen Sie: Wenn der Fluss  $\varphi$  zu dem Fluss  $\tilde{\varphi}$   $C^k$ -konjugiert ist ( $k \geq 0$ ) und der Fluss  $\psi$  zu  $\tilde{\psi}$ , dann auch der Produktfluss  $\varphi \times \psi$  zu  $\tilde{\varphi} \times \tilde{\psi}$ .

(Der Produktfluss von zwei Flüssen  $\varphi, \psi$  ist  $(\varphi \times \psi)_t((x, y)) = (\varphi_t(x), \psi_t(y))$ .)

c) Widerlegen Sie: Wenn der Fluss  $\varphi$  zu dem Fluss  $\tilde{\varphi}$  Orbit-äquivalent ist und der Fluss  $\psi$  zu  $\tilde{\psi}$ , dann auch der Produktfluss  $\varphi \times \psi$  zu  $\tilde{\varphi} \times \tilde{\psi}$ .

#### Aufgabe 2:

Beweisen Sie: Die Poincaréabbildung einer Suspension ist topologisch konjugiert zu der ursprünglichen Abbildung.

D.h. wenn  $f : M \rightarrow M$  ein Diffeomorphismus ist,  $\psi$  der Suspensionsfluss auf  $X = (M \times [0, 1]) / \sim$  mit  $(x, 1) \sim (f(x), 0)$ , wenn  $s \in [0, 1]$  und  $S := \{[(x, s)] : x \in M\} \subset X$ , dann ist  $S$  ein globaler Schnitt von  $\psi$  und die die Poincaré-Abbildung  $P$  auf  $S$  erfüllt  $P = h^{-1} \circ f \circ h$  mit einem Homöomorphismus  $h : S \rightarrow M$ .

#### Aufgabe 3:

Widerlegen Sie: Die Suspension einer Poincaréabbildung ist topologisch konjugiert zu dem ursprünglichen Fluss.

D.h. finden Sie einen Fluss  $\varphi$ , einen globalen Schnitt  $S$ , die zugehörige Poincaré-Abbildung  $P : S \rightarrow S$  und den Suspensionsfluss  $\psi$  von  $P$ , so dass es keinen Homöomorphismus  $h$  gibt, so dass für alle  $x, t$  gilt:  $\varphi_t(x) = h^{-1}(\psi_t(h(x)))$ .

#### Aufgabe 4:

Beweisen oder widerlegen Sie: Die Suspension einer Poincaréabbildung ist Orbit-äquivalent zu dem ursprünglichen Fluss.

Abgabe: Montag, 30.5.2005 in der Vorlesung