

# Übungen zur Vorlesung

## Einführung in dynamische Systeme

### Blatt 2

**Aufgabe 1:**

In welchen der folgenden Fälle ist  $x = 0$  (i) Poisson-stabil, (ii) asymptotisch stabil? (Begründung erforderlich.)

a)  $f(x) = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} x$       b)  $\dot{x} = \begin{pmatrix} -1 & 1/2 \\ -1/2 & -1 \end{pmatrix} x$

c)  $f(x) = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & -\sin(\theta) \\ \sin(\theta) & \cos(\theta) \end{pmatrix} x$ ,  $\theta \in [0, 2\pi)$ .

**Aufgabe 2:**

Wie verhalten sich die Orbits folgender diskreter Abbildungen im  $\mathbb{R}^2$ ?  
Ein Phasenportrait ist zu zeichnen (bitte Koordinatenrichtungen angeben).

a)  $x \mapsto \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} x$       b)  $x \mapsto \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} x$ .

**Aufgabe 3:**

Wie verhalten sich die Orbits folgender Differentialgleichungen im  $\mathbb{R}^2$ ?  
Ein Phasenportrait ist zu zeichnen (bitte Koordinatenrichtungen angeben).

a)  $\dot{x} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} x$       b)  $\dot{x} = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} x$ .

**Aufgabe 4:**

Sei  $f : [0, 1] \rightarrow [0, 1]$ ,  $f(x) := kx(1 - x)$ ,  $k \in [0, 4]$ .

a) Welche Fixpunkte hat  $f$ ? Welche sind (in einer Umgebung) anziehend bzw. abstoßend?

b) Zu zeigen: Für  $1 < k \leq 2$  konvergieren alle Orbits gegen einen Fixpunkt.

Tipp: Auf dem Intervall, auf dem  $f$  monoton steigt, ist das Verhalten leicht zu analysieren. Vom Rest des Definitionsbereichs wird ein Teil in dieses Intervall abgebildet und ein Teil muss getrennt analysiert werden.

Abgabe: Montag, 25.4.2005 in der Vorlesung