



Universität Hamburg

DER FORSCHUNG | DER LEHRE | DER BILDUNG

Übungen zur Grundlagen der Mathematik im Wintersemester 2019/2020, Blatt 4  
Fachbereich Mathematik, Stefan Geschke

**A: Präsenzaufgaben am 11. November 2019**

1. Bestimmen Sie mittels *quadratischer Ergänzung* die Lösungen der Gleichung  $x^2 - 4x - 5 = 0$ . Leiten Sie daraus eine Produktdarstellung des Polynoms  $x^2 - 4x - 5$  ab und begründen Sie, warum es keine weiteren Lösungen als die gefundenen geben kann.
2. Lösen Sie die Gleichung  $\bar{3} \cdot x + \bar{3} = \bar{0}$  in  $\mathbb{Z}_5$ .
3. Schreiben Sie die Mengen

$$A = \left\{ x \in \mathbb{R} : \frac{1}{x-2} \leq x - \frac{1}{2} \right\} \quad \text{und} \quad B = \{x \in \mathbb{R} : |4x - 1| \leq 2x + 5\}$$

in Intervall-Schreibweise.

**B: Hausaufgaben zum 18. November 2019**

1. Wir haben inzwischen gezeigt, dass für alle  $m \in \mathbb{Z}$  die Operationen  $+$  und  $\cdot$  auf  $\mathbb{Z}_m$  durch  $[a]_m + [b]_m = [a + b]_m$  und  $[a]_m \cdot [b]_m = [a \cdot b]_m$  wohldefiniert sind.  
Zeigen Sie, dass  $(\mathbb{Z}_5, +, \cdot)$  ein Körper ist. (4 Punkte)  
(Hinweis: Wir wissen aus der Hausaufgabe 1 zum 11.11. bereits, dass die Kommutativ- und Assoziativgesetze sowie das Distributivgesetz erfüllt sind.)
2. Leiten Sie die bekannte Lösungsformel für quadratische Gleichungen der Form  $x^2 + px + q = 0$  her und diskutieren Sie die Lösbarkeit der Gleichung in Abhängigkeit von  $p$  und  $q$ .  
(Hinweis: Quadratische Ergänzung.) (4 Punkte)
3. Schreiben Sie die folgenden Mengen in Intervall-Schreibweise:

$$A = \left\{ x \in \mathbb{R} : \frac{-x}{x-1} \geq x - 2 \right\} \quad \text{und} \quad B = \{x \in \mathbb{R} : x^3 - 2x^2 > x - 2\}$$

(4 Punkte)

4. Schreiben Sie die folgende Menge in Intervall-Schreibweise:

$$C = \left\{ x \in \mathbb{R} : \frac{x}{|x+5|} < \frac{1}{x-2} \right\}$$

(8 Punkte)