Universität Hamburg
DER FORSCHUNG | DER LEHRE | DER BILDUNG

Übungen zur Grundlagen der Mathematik im Wintersemester 2019/2020, Blatt 1, Lösungen
Fachbereich Mathematik, Stefan Geschke

B: Hausaufgaben zum 21. Oktober 2019

1. Gegeben seien die Mengen $A := \{n \in \mathbb{N} : n > 3\}$, $B := \{n \in \mathbb{N} : n \text{ ist durch 14 teilbar}\}$ und $C := \{n \in \mathbb{N} : n > 5,\ n \text{ ist durch 7 teilbar und } n \text{ ist gerade}\}$. Beweisen oder widerlegen Sie:

   (a) $A \subseteq B$ (2 Punkte)

   (b) $B \subseteq A$ (2 Punkte)

   (c) $C \subseteq A$ (2 Punkte)

   (d) $B = C$ (2 Punkte)

   Lösung. (a) A ist keine Teilmenge von B, da A zum Beispiel die 4 enthĺt, die aber kein Element von B ist.

   (b) Es gilt $B \subseteq A$. Wir zeigen, dass jedes Element von B auch ein Element von A ist. Sei also $n \in B$. Dann ist n durch 14 teilbar. Da 0 keine natürliche Zahl ist, ist n mindestens 14. Also gilt $n \in A$.

   (c) Es gilt $C \subseteq A$. Sei nämlich $n \in C$. Dann ist $n > 5$ und insbesondere > 3. Also gilt $n \in A$.

   Da n durch zwei und sieben teilbar, ist n auch durch das kleinste gemeinsame Vielfache dieser Zahlen teilbar, durch 14. Das zeigt $n \in A$.

   (d) Es gilt $B = C$. Wir zeigen $B \subseteq C$ und $C \subseteq B$. Sei $n \in B$. Dann ist n durch 14 teilbar und damit auch durch sieben teilbar und gerade. Da 0 keine natürliche Zahl ist, ist n mindestens 14. Es folgt $n \in C$. Das zeigt $B \subseteq C$.

   Sei umgekehrt $n \in C$. Dann ist n durch zwei und sieben teilbar und damit auch durch das kleinste gemeinsame Vielfache der beiden Zahlen, nämlich 14. Damit ist $n \in B$. Das zeigt $C \subseteq B$. Ingesamt ergibt sich $B = C$.