



Universität Hamburg

DER FORSCHUNG | DER LEHRE | DER BILDUNG

Übungen zur Grundlagen der Mathematik im Wintersemester 2019/2020, Blatt 14  
Fachbereich Mathematik, Stefan Geschke

**A: Präsenzaufgaben am 27. Januar 2020**

1. Sei  $m \in \mathbb{N} \setminus \{1\}$  und  $a \in \mathbb{Z} \setminus \{0\}$ . Zeigen Sie, dass  $[a]_m$  genau dann ein multiplikatives Inverses in  $\mathbb{Z}_m$  besitzt, wenn  $a$  und  $m$  teilerfremd sind, also wenn  $\text{ggT}(a, m) = 1$  gilt.
2. Stelle fest, ob  $[7]_{60}$  in  $\mathbb{Z}_{60}$  bezüglich der Multiplikation invertierbar ist. Falls ja, bestimme das Inverse.
3. Auf der Menge  $Q = \mathbb{Z} \times (\mathbb{Z} \setminus \{0\})$  haben wir die Äquivalenzrelation  $\sim$  durch

$$(a, b) \sim (c, d) \Leftrightarrow ad = cb$$

definiert. Auf dem Quotienten  $\mathbb{Q} = Q / \sim$  hatten wir dann die Multiplikation durch

$$[(a, b)]_{\sim} \cdot [(c, d)]_{\sim} = [(ac, bd)]_{\sim}$$

definiert. Zeigen sie, dass die Multiplikation auf  $\mathbb{Q}$  wohldefiniert ist, d.h., unabhängig von der Wahl der Repräsentanten der Äquivalenzklassen.