



Universität Hamburg

DER FORSCHUNG | DER LEHRE | DER BILDUNG

Übungen zur Grundlagen der Mathematik im Wintersemester 2019/2020, Blatt 13
Fachbereich Mathematik, Stefan Geschke

A: Präsenzaufgaben am 20. Januar 2020

1. Wahr oder falsch? (Kurze Begründung!)
 - (a) $89 \equiv 16 \pmod{5}$
 - (b) $89 \equiv -16 \pmod{5}$
 - (c) $-108 \equiv 11 \pmod{17}$
 - (d) $-99 \equiv -1 \pmod{4}$
2. Lösen Sie die quadratische Gleichung $x^2 + \bar{3}x + \bar{2} = \bar{0}$ in \mathbb{Z}_5 . Hinweis: Benutzen Sie quadratische Ergänzung. Die binomischen Formeln gelten in jedem Körper! Dabei ist $2a$ in jedem beliebigen Körper die Abkürzung für $a + a$.
3. Bestimmen Sie die gemeinsamen Teiler von 15 und 21. Schreiben Sie den größten gemeinsamen Teiler d von 15 und 21 in der Form $d = 15s + 21t$ mit $s, t \in \mathbb{Z}$.

B: Hausaufgaben zum 27. Januar 2020 (freiwillig)

1. Es seien $a, b \in \mathbb{Z} \setminus \{0\}$. Weiter sei $T(a) = \{t \in \mathbb{Z} : t|a\}$ die Menge aller Teiler von a . Analog sei $T(b)$ definiert.
Zeigen Sie:
 - (a) $T(a) \cap T(b)$ ist nicht leer und beschränkt. (4 Punkte)
 - (b) In Hausaufgabe 3 vom zwölften Übungsblatt hatten wir eine positive Zahl d gefunden, die a und b teilt und die von allen gemeinsamen Teilern von a und b geteilt wird. Wir können dabei $d > 0$ annehmen. Dann ist $d = \max(T(a) \cap T(b))$. (4 Punkte)
 - (c) Es sei $a = bu + v$ für gewisse $u, v \in \mathbb{Z}$. Dann ist $T(a) \cap T(b) = T(b) \cap T(v)$ und damit haben a und b denselben größten gemeinsamen Teiler wie b und v . (4 Punkte)
2. Finden Sie den größten gemeinsamen Teiler von 768 und 216 mit Hilfe des euklidischen Algorithmus. Finden Sie $s, t \in \mathbb{Z}$ mit $\text{ggT}(768, 216) = s \cdot 768 + t \cdot 216$. (4 Punkte)