

Reelle Analysis

Übungsblatt 8

Die Lösungsblätter sind bis

Donnerstag, 9. Dezember 2010, 9:15 Uhr

in das in Flur D1 befindliche grüne Schließfach Nr. 116 zu werfen.

Aufgabe 29

(5 Punkte)

Geben Sie die von

$$\{[1, \infty), [2, \infty), \{3\}\}$$

erzeugte σ -Algebra über \mathbb{R} explizit an.

Aufgabe 30

(5 Punkte)

Bestimmen Sie die von

$$\{\{a\} \mid a \in \mathbb{R}\}$$

erzeugte σ -Algebra über \mathbb{R} .

Aufgabe 31

(8 Punkte)

Zeigen Sie, daß die folgenden Mengen dieselben σ -Algebren über \mathbb{R} erzeugen:

$$\begin{aligned} &\{(-\infty, b] \mid b \in \mathbb{R}\}, \quad \{(-\infty, b] \mid b \in \mathbb{Q}\}, \quad \{(-\infty, b) \mid b \in \mathbb{R}\}, \quad \{(-\infty, b) \mid b \in \mathbb{Q}\}, \\ &\{[a, \infty) \mid a \in \mathbb{R}\}, \quad \{[a, \infty) \mid a \in \mathbb{Q}\}, \quad \{(a, \infty) \mid a \in \mathbb{R}\}, \quad \{(a, \infty) \mid a \in \mathbb{Q}\}, \\ &\{(a, b) \mid a, b \in \mathbb{R}, a \leq b\}, \quad \{(a, b) \mid a, b \in \mathbb{Q}, a \leq b\}, \\ &\{A \mid A \subseteq \mathbb{R} \text{ offen}\}, \quad \{A \mid A \subseteq \mathbb{R} \text{ abgeschlossen}\}, \quad \{A \mid A \subseteq \mathbb{R} \text{ kompakt}\}. \end{aligned}$$

Aufgabe 32

(6 Punkte)

Zeigen Sie, daß die Menge aller reellen Zahlen, in deren Dezimaldarstellung irgendwo eine 5 auftritt, eine Borelmenge ist.

Hinweis: Dezimaldarstellungen, die Periode 9 aufweisen, sind nicht zugelassen.

Aufgabe 33

(8 Punkte)

Gibt es σ -Algebren mit abzählbar unendlich vielen Elementen?