

Funktionalanalysis I

Übungsblatt 10

Abgabetermin: Montag, 12. Januar 2009, zur Übung¹

Aufgabe 44

(6 Punkte)

Sei $T : X \rightarrow Y$ ein stetiger Operator zwischen Banachräumen.

1. Zeigen Sie, daß T genau dann invertierbar ist, wenn T' invertierbar ist.
2. Bestimmen Sie $(T')^{-1}$, falls T invertierbar ist.

Aufgabe 45

(6 Punkte)

Bestimmen Sie Punktspektrum, kontinuierliches Spektrum sowie Restspektrum des Rechts- und des Linksshiftoperators auf l^2 .

Aufgabe 46

(3 Punkte)

Sei H ein Hilbertraum.

Bestimmen Sie das Spektrum eines jeden Orthogonalprojektors auf H .

Aufgabe 47

(4 Punkte)

Sei $A_{s\text{-adj}}$ die Menge aller selbstadjungierten Elemente einer C^* -Algebra A . Charakterisieren Sie die Menge

$$\{a + ib \mid a, b \in A_{s\text{-adj}} \text{ kommutieren}\}.$$

Aufgabe 48

(4 Punkte)

Bestimmen Sie sämtliche reellen Zahlen, deren Wert die Norm einer Identität e in einer Banachalgebra bzw. in einer C^* -Algebra annehmen kann. Bestimmen Sie zudem e^* , falls e in einer $*$ -Algebra liegt.

Aufgabe 49

(3 Punkte)

Bilden in jeder C^* -Algebra mit Eins die unitären Elemente eine abgeschlossene Untergruppe der Gruppe der invertierbaren Elemente?

¹bzw. zur Vorlesung, falls Sie an der Übung am Dienstag teilnehmen