Topologie
Sommer 2009

Prof. Dr. Bernd Siebert
Dr. Michael Carl

6. Übungsblatt

Aufgabe 1. Zeige: Die Homöomorphieklassen geschlossener, zusammenhängender, kompakter Fächen bilden bezüglich der Summe ein Monoid erzeugt von $P := [\mathbb{RP}^2]$ und $T := [T^2]$ mit einziger Relation $3P = T + P$.

(4 Punkte)

Aufgabe 2. Seien A, B, C drei geschlossene, zusammenhängende, kompakte Flächen, so dass $A\#B \simeq A\#C$. Zeige, dass daraus nicht $B \simeq C$ folgt, es sei denn, B und C sind orientierbar.

(2 Punkte)

Aufgabe 3. Sei X der Raum der Konjugationsklassen von $U(2)$, d.h. der Quotientenraum der Wirkung $\kappa(g)h := ghg^{-1}$ der unitären Gruppe $U(2)$ auf sich. Zeige, dass X homöomorph zum Möbiusband ist. (Hinweis: Beschreibe $[h] \in X$ durch das Spektrum von h und betrachte $\det : X \to S^1$.)

(4 Punkte)

Aufgabe 4. Seien K, P simpliziale Komplexe. Bestimme (mit Beweis) als Funktion der Euler-Charakteristiken von K, P:

a) Die Euler-Charakteristik des Kegels $C(P)$ über P.
b) Die Euler-Charakteristik des polyedrischen Komplexes $K \times P$.

(4 Punkte)

***Aufgabe.** Zur Halbzeit: Ein Fußball sei ein polyedrischer Komplex F mit $|F| \simeq S^2$, dessen 2-Zellen Fünf- oder Sechsecke sind und dessen Vertizes je in genau drei 1-Zellen enthalten sind. Zeige: F enthält genau 12 Fünfecke.

(2 Punkte)