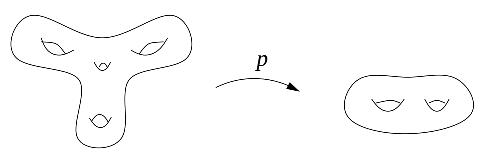
Topologie | Prof. Dr. Bernd Siebert
Sommer 2009 | Dr. Michael Carl

10. Übungsblatt

Aufgabe 1. Sei X lokal wegzusammenhängend und wegzusammenhängend mit endlicher Fundamentalgruppe. Zeige mittels der Überlagerung $\exp : \mathbb{R} \to S^1$, dass jede Abbildung $X \to S^1$ nullhomotop ist.

(4 Punkte)

Aufgabe 2. Sei Σ_g die geschlossene Fläche vom Geschlecht g. Berechne die Monodromiedarstellung für die dreiblättrige Galoissche Überlagerung $p : \Sigma_4 \to \Sigma_2 \cong \Sigma_4/\mathbb{Z}_3$, deren $\mathbb{Z}_3$-Wirkung von einer Rotation um $2\pi/3$ bezüglich der im Bild gezeigten Einbettung $\Sigma_4 \hookrightarrow \mathbb{R}^3$ erzeugt wird.



(3 Punkte)

Aufgabe 3. Klassifiziere durch Angabe eines Repräsentanten für jede (unpunktierte) Isomorphieklasse die dreiblättrigen zusammenhängenden Überlagerungen von Σ_2, deren Monodromiedarstellungen die Standarderzeuger a_1,b_1, a_2,b_2 von $\pi_1(\Sigma_2)$ auf Transpositionen $\{\, \tau \in S_3 \mid \ \tau^2 = \mathrm{id} \,\}$ abbilden. Zeige für eine Isomorphieklasse, dass sie nicht Galoissch ist. (Hinweis: Betrachte die Zerlegung von Σ_2 in zwei gelochte Tori und nutze deren Homotopieäquivalenz zu $S^1 \vee S^1$ gemäß Blatt 8.)

(4+2 Punkte)

Aufgabe 4. (**Die universelle abelsche Überlagerung**) Sei X wegzusammenhängend, lokal wegzusammenhängend und semilokal einfach zusammenhängend. Eine abelsche Überlagerung von X ist eine zusammenhängende Galoissche Überlagerung $p : Y \to X$ mit abelscher Decktransformationsgruppe. Konstruiere eine abelsche Überlagerung $\tilde{p} : \tilde{Y} \to X$, so dass jede andere abelsche Überlagerung von X eindeutig über $\tilde{p}$ faktorisiert. Hinweis: Zeige zunächst, dass jeder Gruppenhomomorphismus $G \to A$ mit A abelsch eindeutig über $G \to G/[G,G]$ mit $[a,b] := aba^{-1}b^{-1}$ faktorisiert, und verwende die universelle Überlagerung.

(4 Punkte)