

## Aufgabenblatt 6

**Aufgabe 1.** Untersuche die  $p$ -Sylowgruppen von  $S_5$  für alle Primzahlen  $p$ , die die Ordnung von  $S_5$  teilen: Gib für jede Primzahl  $p$  eine  $p$ -Sylowgruppe sowie die Anzahl  $s_p$  der  $p$ -Sylowgruppen an.

(4 Punkte)

**Aufgabe 2.** Zeige: Es gibt nur eine Gruppe der Ordnung 1001 bis auf Isomorphie. (Verwende  $1001 = 7 \cdot 11 \cdot 13$ .)

(3 Punkte)

**Aufgabe 3.** Sei  $G$  eine endliche Gruppe,  $H \subset G$  ein Normalteiler von  $G$  und  $P$  eine  $p$ -Sylowgruppe von  $H$ . Zeige:

$$G = HN_G(P).$$

(*Hinweis:* Definiere zunächst eine Wirkung von  $G$  auf der Menge  $S$  der  $p$ -Sylowgruppen von  $H$ .)

(4 Punkte)

**Aufgabe 4.** Zeige: Es gibt keine einfache Gruppe  $G$  der Ordnung  $|G| = 132$ .

(3 Punkte)