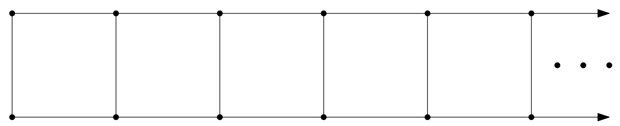
Unendliche Matroidentheorie: Übungsblatt 6

Ein *topologischer Kreis* in einem Raum T ist ein Teilraum von T, der zu dem Einheitskreis $\{(x,y) \in \mathbb{R}^2 | x^2 + y^2 = 1\}$ homöomorph ist.

1. Sei G ein zusammenhängender lokal endlicher Graph. Sei Ω die Menge von Enden von G, und sei $\tilde{G}$ das von G erzeugte 1-Komplex. Für $S \subseteq V(G)$ endlich und $\omega \in \Omega$, sei $C(S,\omega)$ die Komponente von $G - S$, die unendliche Endstücke von den Strahlen in ω enthält. Sei $\Omega(S,\omega)$ die Menge von allen $\omega' \in \Omega$ mit $C(S,\omega') = C(S,\omega)$. Für $0 < \epsilon < 1$, sei $\hat{C}_\epsilon(S,\omega)$ die Vereinigung von $\Omega(S,\omega)$ mit der Menge von Punten aus $\tilde{G}$, die Abstand $< \epsilon$ von $C(S,\omega)$ haben.

   Sei $||G||$ der topologische Raum auf $\tilde{G} \cup \Omega$, dessen offenen Mengen die von $\tilde{G}$ und die $\hat{C}_\epsilon(S,\omega)$ sind. Beweise, dass $||G||$ zu $|G|$ homöomorph ist.

2. Finde alle topologische Kreise in $|G|$ für folgenden Graph G, und beweise, dass sie zum Einheitskreis homöomorph sind.



3. (a) Beweise, dass kein topologischer Kreis in $|G|$ einen endlichen Schnitt von G in nur einer Kante treffen kann.

   (b) Beweise, dass jeder topologische Kreis in $|G|$, wobei G lokal endlich ist, einen Kreis oder einen Doppelstrahl enthält.

   (c)* Gilt (b) noch, wenn G nur endlich trennbar ist? Beweise es oder finde ein Gegenbeispiel.