Universität Hamburg
DER FORSCHUNG | DER LEHRE | DER BILDUNG

Übungen zu 'Graph Minors'
Blatt 4
Nathan Bowler

1. (a) Seien $t, n \in \mathbb{N}$ und sei $m >> t, n$. Sei G ein Graph, der eine $(t, 0, 0, m)$-Halskette enthält. Zeige, dass es in G auch eine $(t-1, 0, 0, n)$-Halskette N gibt, zusammen mit einem davon disjunkten Weg, der Nachbarn von Ecken aus allen Perlen von N enthält.

   (b) Seiten $t, s, z, n \in \mathbb{N}$, und sei $m >> t, n$. Sei G ein Graph, der eine (t, s, z, m)-Halskette enthält. Zeige, dass G auch eine $(t-1, s+1, z, n)$-Halskette enthält.

2. Sei H ein plättbarer Graph. Zeige, dass es $\theta \in \mathbb{N}$ und eine Funktion $f\colon \mathbb{N} \to \mathbb{N}$ gibt, sodass jeder Graph, der eine θ-zusammenhängende Menge der Größe $f(n)$ enthält, auch n disjunkte H-Minoren enthält.

3. Seien E, F Mengen von Ecken eines Graphen G. Für $X \subseteq E$, sei $r(X)$ die maximale Anzahl von disjunkten $(E$-$F)$-Wegen in $G - X$. Zeige, dass r submodular ist [das heißt, für $X, Y \subseteq E$ gilt $r(X) + r(Y) \geq r(X \cup Y) + r(X \cap Y)$].

4. Sei C ein Kreis in einem Graphen G, der C-reduziert ist. Sei P ein C-Weg, sodass die Anzahl von internen Ecken von $C \cup P$-Brücken mit Füßen in $C \setminus P$ maximal ist. Beweise, dass jede $C \cup P$-Brücke ein Fuß in $C \setminus P$ hat.