Matroidentheorie: Übungsblatt 12

1. (a) Sei A die Matrix, dessen Spalten die 10 Vektoren in $\mathbb{F}_2^5$ sind, die aus 3 Einsen und 2 Nullen bestehen. Beweist, dass A den Matroiden R_{10} darstellt.

   (b) Seien $x_1 \neq y_1$ und $x_2 \neq y_2$ Elemente von R_{10}. Beweist, dass es ein Automorphismus φ von R_{10} gibt mit $\varphi(x_1) = x_2$ und $\varphi(y_1) = y_2$.

2. Sei M ein binärer Matroid, von dem jeder Minor außer G selbst graphisch ist. Sei e ein Element von M, sei C ein Kreis von M, der e enthält, und sei $P = C - e$. Seien X und Y disjunkte Teilmengen von $E(M) - e$ mit $X \cap P = \emptyset$ und $X \cup Y \neq \emptyset$. Beweist, dass es einen Multigraphen G gibt, sodass $M(G) \cong M \backslash e \backslash X / Y$, und sodass nicht mehr als 2 Ecken von G ungeraden Grad in $P - Y$ haben.

3. (a) Sei G ein Multigraph und $P \subseteq E(G)$ unabhängig in $M(G)$. Sei e etwas, das kein Element von $E(G)$ ist. Beweist, dass es einen eindeutigen binären Matroiden M auf $E(G) \cup e$ gibt, sodass $M \backslash e = M(G)$ und $P \cup e$ ein Kreis von M ist.

   (b) Beweist, dass M nur von G, e und die Menge von Ecken, die ungeraden Grad bezüglich P haben, abhängig ist.