Universität Hamburg
DER FORSCHUNG | DER LEHRE | DER BILDUNG

Übungen zu 'Mathematik II (Elementare Lineare Algebra)'
Blatt 4
Nathan Bowler

A: Präsenzaufgaben am 29. April

1. *Lineares Gleichungssystem als Matrixgleichung darstellen*
   Stellen Sie das Gleichungssystem

$$\begin{aligned} x_1 + 2x_2 &= 6 \\ -x_1 + 3x_2 + 4x_3 &= -1 \\ -x_1 + x_2 + x_3 &= 1 \end{aligned}$$

   als Matrixgleichung der form $Ax = b$ dar.

2. *Inverse von einer (2,2)-Matrix berechnen*
   Sei A die Matrix

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}.$$

   Benutzen Sie die Formel aus der Vorlesung, um die inverse Matrix A^{-1} zu berechnen. Multiplizieren Sie zur probe A mit der berechneten inversen Matrix.

3. *Algorithmus für berechnung von inversen*
   Wenden Sie das Algorithmus aus der Vorlesung (Algorithmus 3) an, um die inverse Matrix von der Matrix A aus Aufgabe 2 wieder zu Berechnen. Stimmen die zwei Antworten überein?

B: Aufgaben zum 6. Mai

Wir betrachten die folgenden 4 Matrizen:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ 2 & 0 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ -1 & 3 & 4 \\ -1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \text{ und } D = \begin{pmatrix} -1 & -2 & 1 \\ 3 & 0 & 1 \\ 1 & -1 & 1 \end{pmatrix}.$$

1. *Regeln für Inversen bestätigen*
   Bestätigen Sie, dass $(A^{-1})^T = (A^T)^{-1}$ und $(B^{-1})^{-1} = B$.

2. *Jacke-Hemd-Regel bestätigen*
   Bestätigen Sie für die Matrizen A und B die Gültigkeit der Jacke-Hemd Regel $(AB)^{-1} = B^{-1}A^{-1}$.

3. *(3,3)-Matrix invertieren*
   Berechnen Sie die inverse Matrix C^{-1} von C.

4. *Gleichungssystem mithilfe der inversen Matrix Lösen*
   Benutzen Sie Ihre Antwort zu Aufgabe 3 um folgendes Gleichungssystem zu lösen:

$$\begin{aligned} x_1 + 2x_2 &= 6 \\ -x_1 + 3x_2 + 4x_3 &= -1 \\ -x_1 + x_2 + x_3 &= 1 \end{aligned}$$

5. *Invertierbarkeit widerlegen*
   Zeigen Sie, dass die Matrix D nicht invertierbar ist.