<u>Ergänzung zu Steger S. 104, erster Absatz:</u>

Gilt $a \nmid b$ und $a > 0$, so bleibt beim Teilen von b durch a bekanntlich ein Rest. Genauer gilt:

<u>Hilfssatz</u> (<u>Division mit Rest</u>). Gegeben seien $a, b \in \mathbb{Z}$ mit $a > 0$. Dann gibt es eindeutig bestimmte ganze Zahlen q und r, so dass

(1) $$b = qa + r \text{ und } 0 \leq r < a.$$

Man nennt q den <u>Quotienten</u> und r den <u>Rest</u> bei der Division $b \div a$. Die Darstellung von b wie in (1) wird <u>Zerlegung mit Rest</u> genannt.

<u>Beweis des Hilfssatzes</u>: (I) Um die <u>Existenz</u> von q und r zu zeigen, betrachten wir die Menge

$$R = \{s \in \mathbb{N}_0 : s = b - qa \text{ für ein } q \in \mathbb{Z}\}.$$

Es gilt $R \neq \emptyset$. Begründung: Ist $b \geq 0$, so gilt $b \in R$. Ist $b < 0$, so ist $-b > 0$ und es folgt $b - ba = -b(a-1) \geq 0$; also gilt $s \in R$ für $s = b - ba$.

R ist also eine nichtleere nach unten be-