Heinrich Hertz und das Konzept des mathematischen Modells

Claus Peter Ortlieb

Zusammenfassung

Die Einleitung zu Heinrich Hertz' letztem Werk „Die Prinzipien der Mechanik in neuem Zusammenhange dargestellt" ist ein Meilenstein auf dem langen Weg von Galileis Auffassung, das „Buch der Natur" sei „in geometrischen Zeichen geschrieben", zum modernen Konzept des mathematischen Modells. Hertz scheint der Erste gewesen zu sein, der die Bedeutung der naturwissenschaftlichen Entwicklung des 19. Jahrhunderts für die Rolle der Mathematik in der Naturerkenntnis ins Bewusstsein gehoben und die Konsequenzen deutlich ausgesprochen hat: Es gibt für einen Gegenstandsbereich etwa der Physik verschiedene richtige mathematische Beschreibungen und nicht nur die eine. Deswegen müssen für die Auswahl der „inneren Scheinbilder und Symbole der äußeren Gegenstände" (im heutigen Sprachgebrauch: der mathematischen Modelle) weitere Kriterien hinzu kommen. Hertz nennt als die drei wichtigsten: Richtigkeit, Zulässigkeit, Zweckmäßigkeit. Das damit verbundene Auseinanderfallen von Mathematik und Substanzwissenschaften hat Folgen auch für die Grenzen der Naturerkenntnis, die mehr als hundert Jahre später immer noch oft übersehen werden.

The introduction to Heinrich Hertz' last work "Die Prinzipien der Mechanik in neuem Zusammenhange dargestellt" is a milestone on the long way from Galileis opinion the "book of nature is written in geometric symbols" to the modern concept of the mathematical model. Hertz seems to have been the first, who has raised into consciousness the significance of the scientific development in the 19th century for the role of mathematics in the knowledge of nature, and who has expressed the consequences considerably: There are different correct mathematical descriptions (and not the only one) of a field of physics, for example. Because of this, further criteria are to be added for the choice "of the inner pretended pictures and symbols of the outer objects" (in today's language: the mathematical models). Hertz designates as the three most important ones: Correctness, admissibility, usefulness. As an implication, mathematics and substancial sciences are falling apart, with consequences for the limits of the knowledge of nature, too. More than one hundred years later, they still are ignored frequently.

Der Modellbegriff

Der Begriff des *mathematischen Modells* und die damit verbundene Methode der *mathematischen Modellbildung* ist in erkenntnistheoretischer und wissenschaftshistorischer Hinsicht schillernd. Sobald dieses Konzept zur Verfügung steht, lässt sich sagen, dass mathematische Modellierung das ist, was die neuzeitliche mathematische Naturwissenschaft seit Galilei betreibt und worin sie sich im Übrigen vom antiken oder mittelalterlichen Naturverständnis unterscheidet, womit sich also gerade die historisch spezifische Form der Naturerkenntnis seit dem beginnenden Aufstieg der bürgerlichen Gesellschaft charakterisieren lässt.[1] Auf der anderen Seite muss aber festgestellt

[1] Zur Genese der damit verbundenen funktionalen Denkform und zu ihrem Zusammenhang mit der spezifisch bürgerlichen Vergellschaftung, also der über Warenproduktion und Tausch bzw. Geld, siehe Greiff (1976), Ortlieb (1998) , Bockelmann (2004) und die dort zitierte Literatur.

werden, dass die neuzeitliche Naturwissenschaft dieses Konzept fast dreihundert Jahre lang nicht kannte; aus heutiger Sicht handelte sie danach, nur wusste sie es nicht, weil sie es nicht wirklich brauchte.

Als eigenständiger *Begriff* ist das mathematische Modell ein Kind des ausgehenden 19. und beginnenden 20. Jahrhunderts. Er ist letztlich die Voraussetzung dafür, dass sich die mathematisch-naturwissenschaftliche Methode über ihre Ursprünge in der Physik hinaus in viele andere Wissenschaften ausbreiten konnte und manche von ihnen gewissermaßen in Besitz nahm – ob nun zu deren Vor- oder Nachteil, bleibe hier dahingestellt. Wie so oft, entwickelte sich das Neue aus einer Krise, nämlich der, in die die mathematische Naturwissenschaft – und mit ihr die Mathematik – durch den Fortschritt geriet, den sie im 19. Jahrhundert erfuhr.

Heinrich Hertz kann zwar nicht als *Erfinder* des Modellbegriffs bezeichnet werden, weil derart fundamentale, die Wissenschaft umwälzende Begriffe nicht einfach erfunden werden – schon gar nicht von Einzelnen –, sondern aus langwierigen, oft quälenden Prozessen hervorgehen. Aber er war einer seiner, wenn nicht sogar *der* Geburtshelfer.[2] Die Einleitung zu seinem letzten, erst nach seinem Tode erschienenen Werk „Die Prinzipien der Mechanik in neuem Zusammenhange dargestellt“ lässt Heinrich Hertz mit den folgenden Worten beginnen:

> „Es ist die nächste und in gewissem Sinne wichtigste Aufgabe unserer bewußten Naturerkenntnis, daß sie uns befähige, zukünftige Erfahrungen vorauszusehen, um nach dieser Voraussicht unser gegenwärtiges Handeln einrichten zu können. Als Grundlage für die Lösung jener Aufgabe der Erkenntnis benutzen wir unter allen Umständen vorangegangene Erfahrungen, gewonnen durch zufällige Beobachtungen oder durch absichtlichen Versuch. Das Verfahren aber, dessen wir uns zur Ableitung des Zukünftigen aus dem Vergangenen und damit zur Erlangung der erstrebten Voraussicht stets bedienen, ist dieses: *Wir machen uns innere Scheinbilder oder Symbole der äußeren Gegenstände, und zwar machen wir sie von solcher Art, daß die denknotwendigen Folgen der Bilder stets wieder die Bilder seien von den naturnotwendigen Folgen der abgebildeten Gegenstände.* Damit diese Forderung überhaupt erfüllbar sei, müssen gewisse Übereinstimmungen vorhanden sein zwischen der Natur und unserem Geiste. Die Erfahrung lehrt uns, daß die Forderung erfüllbar ist und daß also solche Übereinstimmungen in der Tat bestehen. Ist es uns einmal geglückt, aus der angesammelten bisherigen Erfahrung Bilder von der verlangten Beschaffenheit abzuleiten, so können wir an ihnen, wie an Modellen, in kurzer Zeit die Folgen entwickeln, welche in der äußeren Welt erst in längerer Zeit oder als Folgen unseres eigenen Eingreifens auftreten werden; wir vermögen so den Tatsachen vorauszueilen und können nach der gewonnenen Einsicht unsere gegenwärtigen Entschlüsse richten. Die Bilder, von welchen wir reden, sind unsere Vorstellungen von den Dingen; sie haben mit den Dingen die eine wesentliche Übereinstimmung, welche in der Erfüllung der genannten Forderung liegt, aber es ist für ihren Zweck *nicht nötig, daß sie irgend eine weitere Übereinstimmung mit den Dingen haben.* In der Tat wissen wir auch nicht, und haben auch kein Mittel zu erfahren, ob unsere Vorstellungen von den Dingen mit jenen in irgend etwas anderem übereinstimmen, *als allein in eben jener einen fundamentalen Beziehung.*“[3]

[2] So sehen es auch NEUNZERT/ROSENBERGER (1997, 147 f.), denen ich den ersten Hinweis auf das hier behandelte Thema verdanke. Ähnlich CASSIRER (1994, 110), der zwar nicht vom Modellbegriff, wohl aber von der Ende des 19. Jahrhunderts zentral werdenden Bedeutung der mathematisch-symbolischen „Bilder“ für die Physik spricht: „Der erste große Physiker, der diese Wendung nicht nur tatsächlich vollzogen hat, sondern der sich auch ihrer philosophischen Bedeutung in vollem Maße bewußt war, ist Heinrich *Hertz* gewesen. Mit ihm beginnt auch in der Methodenlehre der Physik eine neue Phase.“

[3] HERTZ (1894, 1 f.), Hervorhebungen C.P.O.

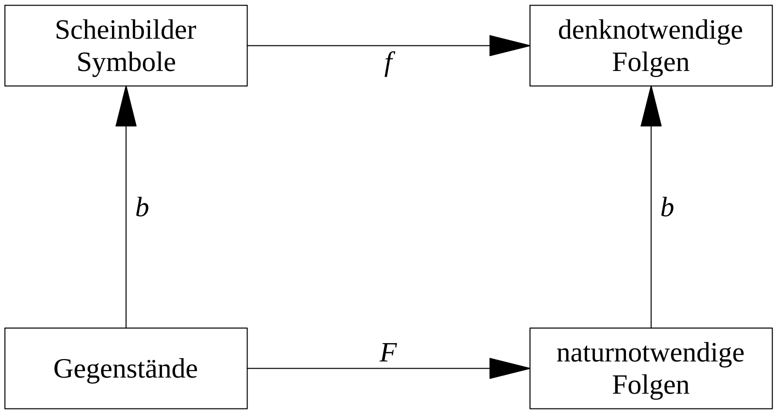

Abbildung 1: Zum Hertz'schen Modellbegriff

„Die eine fundamentale Beziehung" erinnert an ein kommutierendes Diagramm, wie es in der modernen Algebra gebräuchlich ist (vgl. Abbildung 1).[4] Sie besteht in der Gleichung

$$f \circ b = b \circ F \ .$$

Gegenstand der Naturerkenntnis ist die (unbekannte) Abbildung F, wogegen f sich aus prinzipiell zugänglichen Operationen der Mathematik und Logik zusammensetzt. Die eigentliche Modellbildung liegt in der Wahl der Abbildung b, also der Darstellung der Gegenstände durch die „inneren Scheinbilder oder Symbole", von denen Hertz spricht (das dafür heute gebräuchliche Wort „Modell" verwendet er nur als Metapher) und deren Beziehung zu den Gegenständen in der durch Abbildung 1 beschriebenen „einen fundamentalen Beziehung" und *in sonst nichts* bestehen soll. Dieser Sprachgebrauch markiert erkenntnistheoretisch eine Distanz zu den Anfängen der Naturwissenschaft, repräsentiert etwa durch Galilei oder Newton, die im Folgenden ein wenig beleuchtet werden soll, bevor ich zu den Konsequenzen des Hertz'schen Modellbegriffs komme.

Die Anfänge: Identität von Mathematik und Natur

Der „mathematische Blick" auf die Welt ist knapp 300 Jahre älter als der Modellbegriff, er macht den Kern der wissenschaftlichen Revolution aus, mit der gewissermaßen die Neuzeit eingeläutet wurde. Zu nennen ist hier zuerst Galileo Galilei, über den Alexandre Koyré schreibt:

> „Wir kennen die grundlegenden Auffassungen und Prinzipien zu gut, oder richtiger, wir sind zu sehr an sie gewöhnt, um die Hürden, die es zu ihrer Formulierung zu überwinden galt, richtig abschätzen zu können. Galileis Begriff der Bewegung (und auch der des Raumes) erscheint uns so „natürlich", daß wir vermeinen, ihn selbst aus Erfahrung und Beobachtung abgeleitet zu haben. Wenngleich wohl noch keinem von uns ein gleichförmig verharrender oder sich bewegender Körper je untergekommen ist – und dies schlicht deshalb, weil so etwas ganz und gar unmöglich ist. Ebenso geläufig ist uns die Anwendung der Mathematik auf das Studium der Natur, so daß wir kaum die Kühnheit dessen erfassen, der da behauptet: „Das Buch der Natur ist in geometrischen Zeichen geschrieben." Uns entgeht die Waghalsigkeit

[4] Es wäre allerdings ein Missverständnis, hierin ein „mathematische Modell" des Modellbegriffs zu sehen, da keine der drei enthaltenen Abbildungen hinsichtlich ihrer Bedeutung mathematisch präzise gefasst ist.

Galileis, mit der er beschließt, die Mechanik als Zweig der Mathematik zu behandeln, also die wirkliche Welt der täglichen Erfahrung durch eine bloß vorgestellte Wirklichkeit der Geometrie zu ersetzen und das Wirkliche aus dem Unmöglichen zu erklären.“[5]

Die neuzeitliche Naturerkenntnis ist mathematischer Art, das genau war – vor 400 Jahren – an ihr revolutionär. Die Mathematik, die dazu freilich auch erst eine andere werden musste, ist hier kein bloßes Hilfsmittel, auf das zur Not auch verzichtet werden könnte, sondern Mathematik und Physik bilden über zwei Jahrhunderte hinweg eine Einheit.

Die andere große Erfindung der neuzeitlichen Naturwissenschaft, die oft an erster Stelle genannt wird, das *Experiment* also, hängt mit dem mathematischen Zugang zur Welt eng zusammen: Experimente bestehen darin, einen Ausschnitt der Wirklichkeit im Labor an die mathematischen Idealbedingungen anzupassen, diese also *herzustellen* und Abweichungen von ihnen (so genannte Störfaktoren) weitestgehend auszuschalten. Hier liegt ein fundamentaler Unterschied zur einfachen, nicht eingreifenden Beobachtung mit bloßem Auge oder auch qua statistischer Erhebung.[6]

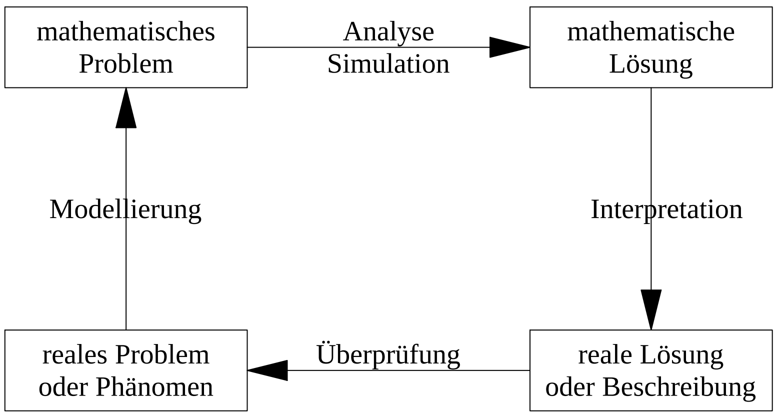

Abbildung 2: Der Modellierungsprozess

Es macht daher auch keinerlei Schwierigkeiten, das allgemeine Schema des Modellierungsprozesses der Abbildung 2,[7] obwohl sich dieses erst im Laufe des 20. Jahrhunderts herausgebildet hat, an Galileis in den *Discorsi* (Galilei 1638 / 1995) beschriebenem Vorgehen bei der Herleitung z. B. der beiden nach ihm benannten Fallgesetze zu exemplifizieren:

1. Es sollte sich inzwischen herumgesprochen haben, dass Galilei sein erstes Fallgesetz (*Alle Körper fallen gleich schnell*) nicht durch die „berühmten“ Fallversuche am schiefen Turm

[5] Koyré (1998, 73)

[6] Viele methodische Fehler beim Einsatz von Mathematik in nichtexperimentellen Wissenschaften resultieren daraus, dass dieser Unterschied nicht beachtet wird.

[7] Ausgangspunkt ist ein reales Problem oder Phänomen. Zu diesem wird ein mathematisches Problem formuliert, das mit Methoden der Mathematik und neuerdings vielfach unter Verwendung des Computers gelöst wird. Die Lösung wird hinsichtlich ihrer realen Bedeutung interpretiert und anschließend im Experiment oder durch den Vergleich mit Beobachtungsdaten überprüft. Man beachte die Unterschiede der beiden auf den ersten Blick ähnlichen Abbildungen 1 und 2: Letztere beschreibt die Tätigkeiten, die im Modellierungsprozess auszuführen sind, erstere dagegen ein Kriterium an das fertige Modell

von Pisa bewiesen hat, auch wenn diese Legende immer noch in einigen Physikbüchern herumspukt.[8] Galileis Schriften sagen etwas anderes. Er führt einen *mathematischen Beweis*: Unter der (von ihm nicht explizit genannten) Voraussetzung, dass die Fallgeschwindigkeit von der Gestalt des schweren Körpers nicht abhängt, lässt sich – wie in Abbildung 3 dargestellt – die Annahme unterschiedlicher Fallgeschwindigkeiten zu einem Widerspruch führen: Die aus zwei unterschiedlichen Massen zusammgesetzte größte Masse hätte nicht die größte Geschwindigkeit.[9] Die dabei von Galilei eher stillschweigend gemachte Voraus-

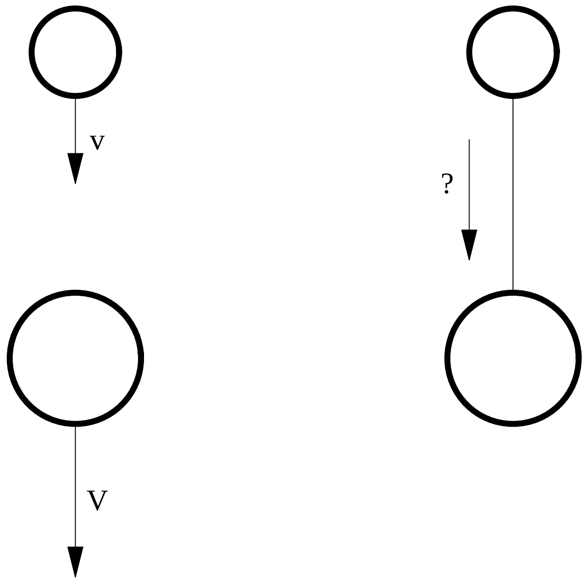

Abbildung 3: Galileis Beweis des ersten Fallgesetzes

setzung ist in moderner Terminologie eine typische vereinfachende *Modellannahme*, wie sie notwendig gemacht werden muss, weil sich anders die Wirklichkeit nicht mathematisch beschreiben lässt. Das Fallgesetz, das er tatsächlich bewiesen hat, lautet denn auch genauer: *Wenn von der Gestalt der Körper abstrahiert werden kann, fallen alle Körper gleich schnell.* Die Überprüfung dieses Gesetzes im Experiment muss daher eine Situation herstellen, in der es auf die Gestalt der Körper, und damit auf den Luftwiderstand nicht ankommt. Solche Experimente werden typischerweise im Vakuum gemacht, und nur dort lässt sich die Gültigkeit des ersten Fallgesetzes auch nachweisen.

2. Noch deutlicher entspricht Galileis Vorgehen beim zweiten Fallgesetz (*Beim Fall aus der Ruhelage verhalten sich die zurückgelegten Wege wie die Quadrate der Zeiten*) dem Schema der Abbildung 2. Die Empirie kommt zunächst nur insoweit ins Spiel, als Galilei nach einer Bewegung sucht, bei der die Geschwindigkeit ständig zunimmt, und führt dann als die „allereinfachste“ Bewegung dieser Art die *gleichförmig beschleunigte* Bewegung ein,

[8]Es handelt sich um eine Erfindung, die erstmals 50 Jahre nach dem angeblichen Geschehen aufkam und über fast 300 Jahre hinweg in der Wissenschaftsgeschichtsschreibung immer weiter ausgeschmückt wurde zu einem Mythos des Empirismus, mit dem gezeigt werden sollte, dass die neuzeitliche Wissenschaft im Gegensatz zum „finsteren Mittelalter“ die „Tatsachen“ sprechen lässt. Vgl. Koyré (1998, 123-134).

[9]Galilei (1638/1995, 57/58)

die „in gleichen Zeiten gleiche Geschwindigkeitszuwüchse erteilt",[10] wiederum eine typische Modellannahme, aus der er dann sein zweites Fallgesetz auf rein mathematischem Wege ableitet.[11] Und auch hier folgt die Beschreibung von Experimenten (an der schiefen Ebene[12]) erst anschließend.

Die von mir hier vollzogene Subsumtion von Galileis Vorgehen unter den Modellierungsprozess der Abbildung 2 stellt allerdings einen Anachronismus dar: Zwar entspricht die Logik seines Vorgehens dem allgemeinen Schema, aber Galilei selber hat so nicht gedacht, wie etwa an den Worten deutlich wird, mit denen er die gleichförmig beschleunigte Bewegung einführt:

> „Bisher war die gleichförmige Bewegung behandelt worden, jetzt gehen wir zur beschleunigten Bewegung über. Zunächst muss eine der natürlichen Erscheinung genau entsprechende Definition gesucht und erläutert werden. Obgleich es durchaus gestattet ist, irgend eine Art der Bewegung beliebig zu ersinnen und die damit zusammenhängenden Ereignisse zu betrachten ..., so haben wir uns dennoch entschlossen, diejenigen Erscheinungen zu betrachten, die bei den frei fallende Körpern in der Natur vorkommen, und lassen die Definition der beschleunigten Bewegung zusammenfallen mit dem Wesen einer natürlich beschleunigten Bewegung. ...
>
> Wenn ich daher bemerke, dass ein aus der Ruhelage von bedeutender Höhe herabfallender Stein nach und nach neue Zuwüchse an Geschwindigkeit erlangt, warum soll ich nicht glauben, dass solche Zuwüchse in allereinfachster, Jedermann plausibler Weise zu Stande kommen? Wenn wir genau aufmerken, werden wir keinen Zuwachs einfacher finden, als denjenigen, der in immer gleicher Weise hinzutritt. Das erkennen wir leicht, wenn wir an die Verwandschaft der Begriffe der Zeit und der Bewegung denken: denn wie die Gleichförmigkeit der Bewegung durch die Gleichheit der Zeiten und Räume bestimmt und erfasst wird ..., so können wir durch ebensolche Gleichheit der Zeittheile die Geschwindigkeitszunahmen als einfach zu Stande gekommen erfassen: mit dem Geiste erkennen wir diese Bewegung als einförmig und in gleicher Weise stetig beschleunigt, da zu irgend welchen gleichen Zeiten gleiche Geschwindigkeitszunahmen sich addiren."[13]

Der *Logik* nach geht es in dieser Begründung ausschließlich um die Einfachheit: "warum soll ich nicht glauben, dass solche Zuwüchse in allereinfachster, Jedermann plausibler Weise zu Stande kommen?" Aber die dahinter liegende *Vorstellung* geht viel weiter: „so haben wir uns dennoch entschlossen, diejenigen Erscheinungen zu betrachten, die bei den frei fallende Körpern in der Natur vorkommen, und lassen die Definition der beschleunigten Bewegung zusammenfallen mit dem Wesen einer natürlich beschleunigten Bewegung." Es ist Galileis feste Überzeugung, dass die einfachste Bewegung zugleich die natürliche ist, oder anders gesagt: In der Natur kommt vor, was der mathematischen Behandlung zugänglich ist, die Natur *ist* mathematisch, und daher ist umgekehrt Mathematik immer auch Naturerkenntnis.

Dieselbe Überzeugung findet sich auch bei Isaac Newton, wie bereits am Titel seines Hauptwerks (Newton 1687 / 1988) deutlich wird. Die *Principia* gelten zurecht als eines der großen Werke der Physik, aber das Zweite Buch dieses Werkes[14] liest sich mit heutigem Blick wie ein erstes Lehrbuch über gewöhnliche Differentialgleichungen, gehalten in der strengen Form von

[10] Galilei (1638/1995, 146-148)
[11] Galilei (1638/1995, 148/149). Ohne den Integralbegriff zur Verfügung zu haben, benutzt er im betrachteten Spezialfall, dass der Weg das Integral der Geschwindigkeit ist.
[12] Galilei (1638/1995, 162)
[13] Galilei (1638 / 1995, 146)
[14] Newton 1687 / 1988, 123 - 166

Definition, Satz und Beweis. Die behandelten Probleme sind die der Physik, z. B. *Über die Bewegung von Körpern, denen im Verhältnis der Geschwindigkeit Widerstand geleistet wird.* Aber was dann folgt, ist reine Mathematik.

Die heute geläufige Trennung von Mathematik und Physik gibt es im 17. Jahrhundert nicht. Die beiden Grundaufgaben der Analysis etwa werden wie selbstverständlich „physikalisch“ formuliert:[15]

- Die Länge der durchlaufenen Strecke sei kontinuierlich angegeben. Man soll die Geschwindigkeit der Bewegung zu einem beliebigen aber festen Zeitpunkt bestimmen.
- Die Geschwindigkeit der Bewegung sei kontinuierlich angegeben. Zu bestimmen ist die Länge der durchlaufenen Strecke zu einem beliebigen aber festen Zeitpunkt.

Für Newton sind mathematische Variablen „Fluenten"', die fließen und Änderungsgeschwindigkeiten besitzen.

Die Grundlagen der modernen Mathematik (Analysis, Differentialgleichungen, Analytische Geometie), die heute den Inhalt der ersten Semester aller mathematischen und mathematikhaltigen Studiengänge ausmachen, sind nicht bloß im Zusammenhang mit physikalischen Fragestellungen entwickelt worden, sondern sie *sind* diese Fragestellungen lange gewesen, auch wenn sich bis heute viele andere Anwendungsfelder gefunden haben.

Kants Neubestimmung des Verhältnisses von Mathematik und Naturwissenschaft

Bei einer Behandlung des Verhältnisses von Mathematik und Wirklichkeit ist die epistemologische „kopernikanische Wende“ Immanuel Kants zu nennen, auf den sich im Übrigen auch Heinrich Hertz[16] zustimmend bezogen hat. Kant entwickelte seine Erkenntnistheorie in Auseinandersetzung mit dem Empiristen David Hume, der gegen seine ursprüngliche Intention nachgewiesen hatte, dass eine Begründung objektiver Erkenntnis aus der Erfahrung unmöglich ist:

> „Denn alle Ableitung aus Erfahrung setzt als ihre Grundlage voraus, daß die Zukunft der Vergangenheit ähnlich sein wird, und daß gleichartige Kräfte mit gleichartigen sinnlichen Eigenschaften zusammenhängen werden. Schöpfte man irgendwie Verdacht, daß der Naturlauf sich ändern könne und daß in der Vergangenheit nicht die Regel für die Zukunft enthalten sei, so wäre jede Erfahrung nutzlos und könnte zu keinem Ableiten oder Schließen Veranlassung geben. Daher ist es unmöglich, daß irgendwelche Erfahrungsbegründungen diese Ähnlichkeit der Vergangenheit mit der Zukunft belegen können, denn all diese Begründungen beruhen ja auf der Voraussetzung dieser Ähnlichkeit.“[17]

und daraus den skeptischen Schluss zog:

> „Mir scheint, daß die einzigen Gegenstände der abstrakten Wissenschaften oder der Demonstration Größe und Zahl sind, und daß alle Versuche, diese vollkommeneren Wissensarten über diese Grenzen hinaus zu erstrecken, nur Blendwerk und Täuschung bedeuten.“[18]

Kant, der nach seinen eigenen Worten von Hume „aus seinem dogmatischen Schlummer geweckt“ wurde, argumentiert komplementär: Da objektive Erkenntnis offenbar möglich (zu Zeiten Humes und Kants eine Tatsache) ist, die Bedingungen ihrer Möglichkeit sich aber nicht aus der

[15] Peiffer / Dahan-Dalmedico (1994, 236)
[16] s. Hertz (1894, 53)
[17] Hume 1748/1993, 37/38)
[18] Hume (1748 / 1993, 163)

Erfahrung ableiten lassen, müssen sie a priori vorhanden, also aller Erfahrung vorgelagert sein. In der Vorrede zur 2. Auflage seiner *Kritik der reinen Vernunft* fasst er die mathematisch-naturwissenschaftliche Methode zusammen:

> „Als Galilei seine Kugeln die schiefe Fläche mit einer von ihm selbst gewählten Schwere herabrollen, oder Torricelli die Luft ein Gewicht, was er sich zum voraus dem einer ihm bekannten Wassersäule gleich gedacht hatte, tragen ließ, oder in noch späterer Zeit Stahl Metalle in Kalk und diesen wieder um in Metall verwandelte, indem er ihnen etwas entzog und wiedergab; so ging allen Naturforschern ein Licht auf. Sie begriffen, daß die Vernunft nur das einsieht, was sie selbst nach ihrem Entwurfe hervorbringt, daß sie mit Prinzipien ihrer Urteile nach beständigen Sätzen vorangehen und die Natur nötigen müsse auf ihre Fragen zu antworten, nicht aber sich von ihr allein gleichsam am Leitbande gängeln lassen müsse; denn sonst hängen zufällige, nach keinem vorher entworfenen Plane gemachte Beobachtungen gar nicht in einem notwendigen Gesetze zusammen, welches doch die Vernunft sucht und bedarf. Die Vernunft muß mit ihren Prinzipien, nach denen allein übereinkommende Erscheinungen für Gesetze gelten können, in einer Hand, und mit dem Experiment, das sie nach jenen ausdachte, in der anderen, an die Natur gehen, zwar um von ihr belehrt zu werden, aber nicht in der Qualität eines Schülers, der sich alles vorsagen läßt, was der Lehrer will, sondern eines bestallten Richters, der die Zeugen nötigt, auf die Fragen zu antworten, die er ihnen vorlegt. Und so hat sogar Physik die so vorteilhafte Revolution ihrer Denkart lediglich dem Einfalle zu verdanken, demjenigen, was die Vernunft selbst in die Natur hineinlegt, gemäß, dasjenige in ihr zu suchen (nicht ihr anzudichten), was sie von dieser lernen muß, und wovon sie für sich selbst nichts wissen würde. Hierdurch ist die Naturwissenschaft allererst in den sicheren Gang einer Wissenschaft gebracht worden, da sie so viel Jahrhunderte durch nichts weiter als ein bloßes Herumtappen gewesen war.“[19]

Spätestens Humes Skeptizismus hatte Galileis und Newtons Vorstellungen einer unmittelbaren Identität von Mathematik und Natur aufgelöst. Kant stellt sie in anderer Form wieder her, nämlich als eine vermittelte Identität von Mathematik und Natur*wissenschaft*, wie sie auch in seinem berühmten Diktum

> „daß in jeder besonderen Naturlehre nur so viel eigentliche Wissenschaft angetroffen werden könne, als darin Mathematik anzutreffen ist“[20],

deutlich wird. Die Mathematik ist ein, wenn nicht sogar *das* Erkenntnisinstrument, sie gehört zu den Prinzipien der Vernunft, die wir in die Natur hineinlegen müssen, um zu Erkenntnissen zu kommen, die über ein bloßes „Herumtappen“ hinausgehen. Demnach sei beispielsweise Newtons absoluter Raum, wie er durch Descartes' analytische Geometrie beschrieben wird, eine *Vorstellung a priori*, eine Denknotwendigkeit, die wir in die Natur projizieren müssen, weil wir sie anders nicht erkennen könnten.

Bei Heinrich Hertz sind wir damit noch nicht angekommen. Zwischen Immanuel Kant und ihm liegt das 19. Jahrhudert. Dessen naturwissenschaftliche und philosophische Entwicklung lässt sich durch einen „Verlust der Eindeutigkeit“ charakterisieren, die ihren Ausdruck etwa in dem Ende der Systemphilosophie findet, aber auch in einem Brüchigwerden der Verbindung zwischen Mathematik und Physik.

---

[19] Kant (1781/1787/1990, 17)
[20] Kant (1786 / 1996, Vorrede)

Verlust der Eindeutigkeit im 19. Jahrhundert

Im Laufe des 19. Jahrhunderts treten im Verhältnis zwischen Mathematik und physikalischer Wirklichkeit in verschiedener Hinsicht Mehrdeutigkeiten auf, die schließlich in eine Neubestimmung dieses Verhältnisses münden. Zum einen stürzt das Auftreten nichteuklidischer Geometrien das naturwissenschaftliche Denken in eine Krise. Carl Friedrich Gauß, dem es wohl als Erstem gelingt, eine neue Geometrie zu konstruieren, in der das Parallelenaxiom nicht gilt, hat in Erwartung mangelnder Akzeptanz seine Überlegungen nie veröffentlicht, sondern nur in einem Briefwechsel erwähnt.[21] Er scheint sich des Spaltes, der sich hier zwischen Mathematik und Physik aufzutun beginnt, bewusst zu sein, wenn er schreibt:

> „Wir müssen in Demuth zugeben, dass, wenn die Zahl bloss unseres Geistes Product ist, der Raum auch ausser unserem Geiste eine Realität hat, der wir a priori unsere Gesetze nicht vollständig vorschreiben können."[22]

Auch Bernhard Riemann ist sich der Wirkung seiner Geometrien auf das Verhältnis von Mathematik und Erfahrung bewusst, wenn er in seinem berühmten Habilitationsvortrag von 1854 sagt:

> „Ich habe mir daher zunächst die Aufgabe gestellt, den Begriff einer mehrfach ausgedehnten Größe aus allgemeinen Größenbegriffen zu konstruieren. Es wird daraus hervorgehen, daß eine mehrfach ausgedehnte Größe verschiedener Maßverhältnisse fähig ist und der Raum also nur einen besonderen Fall einer dreifach ausgedehnten Mannigfaltigkeit bildet. Hiervon aber ist eine notwendige Folge, daß sich die Sätze der Geometrie nicht aus allgemeinen Größenbegriffen ableiten lassen, sondern daß diejenigen Eigenschaften, durch welche sich der Raum von anderen denkbaren dreifach ausgedehnten Größen unterscheidet, nur aus der Erfahrung entnommen werden können."[23]

Erst langsam dringt die Ungeheuerlichkeit ins allgemeine Bewußtsein, die in der Existenz konkurrierender mathematischer Theorien besteht, stellt doch diese Tatsache den Begriff der mathematischen Wahrheit in Frage:

> „Niemand kann zwei Herren dienen. Man kann nicht der Wahrheit dienen und der Unwahrheit. Wenn die euklidische Geometrie wahr ist, so ist die nichteuklidische Geometrie falsch, und wenn die nichteuklidische wahr ist, so ist die euklidische Geometrie falsch."[24]

Gottlob Frege hält hier in Reaktion auf die sich abzeichnende Relativierung des mathematischen Wahrheitsbegriffs noch einmal die traditionelle Position hoch. Diese hätte aber zur notwendigen Folge, wie Riemann und bereits Gauß bemerkt haben, die Erfahrung zum Schiedsrichter über die Richtigkeit mathematischer Aussagen zu machen, was nach allgemeiner Auffassung die Stringenz der mathematischen Argumentation doch stark beeinträchtigen würde.

So kommt es schließlich, vollzogen von David Hilbert in seiner berühmten Rede auf dem Mathematikerkongress 1900 in Paris,[25] zur radikalen Abkehr von der traditionellen Position, der Neufassung des mathematischen Wahrheitsbegriffs durch die Widerspruchsfreiheit und der Auffassung von mathematischen Axiomen als Setzungen anstelle evidenter Wahrheiten. In diesem

[21] s. Mehrtens (1990, 46)
[22] zitiert nach Mehrtens (1990, 46)
[23] zitiert nach Peiffer / Dahan-Dalmedico (1994, 163)
[24] zitiert nach Mehrtens (1990, 117)
[25] Hilbert (1900 / 1990)

Programm haben sowohl die euklidische Geometrie als auch die nichteuklidischen ihren Platz in der Mathematik, sie widersprechen sich nicht einmal mehr, sondern beruhen einfach auf verschiedenen Axiomensystemen. Damit löst sich aber auch eine bis dato bestehende Verbindung zur physikalischen Wirklichkeit, und Hilbert ist nur konsequent, wenn er die Mathematik als ein eigenständiges Fach konstituiert, welches sich nicht über seine Inhalte, sondern ausschließlich über die *Form* definiert, in die diese zu bringen seien. Damit folgt aber aus der Mathematik für die Physik zunächst einmal gar nichts mehr. Welche Mathematik für die Naturwissenschaft von Bedeutung ist, kann sich nur noch außerhalb der Mathematik und nach ihr fremden Kriterien erweisen.

Umgekehrt – und hier liegt die zweite im 19. Jahrhundert auftretende Mehrdeutigkeit im Verhältnis von Mathematik und Physik – lässt sich aus physikalischen Phänomenen nicht eindeutig folgern, welche mathematische Theorie sie adäquat beschreibt. Es gibt vielmehr mehrere solcher Theorien. Für die klassische Mechanik waren es zu Hertz' Zeiten zwei: Neben dem Newton'schen Zugang mit *Kraft* als Grundbegriff kam im 19. Jahrhundert ein zweiter, auf Variationsprinzipien beruhender auf, in dem *Energie* als Grundbegriff an die Stelle der Kraft tritt.

In diese Entwicklung hat Heinrich Hertz selber kräftig eingegriffen: In den letzten drei Jahren seines Lebens konzentrierte er sich auf die begriffliche Überarbeitung der Grundlagen der klassischen Mechanik. Die ein halbes Jahr nach seinem Tod erschienene Schrift „Die Prinzipien der Mechanik, in neuem Zusammenhange dargestellt“ ist der Versuch einer Mechanik ohne Kraft- und ohne Energiebegriff, genauer gesagt, einer Mechanik, in der weder Kraft noch Energie Grundbegriffe, sondern aus anderen Begriffen abgeleitet sind. Hertz versucht in seinem Zugang, mit den (allen drei Zugängen gemeinsamen) drei Grundbegriffen *Zeit*, *Raum* und *Masse* auszukommen, und postuliert die Bewegung verborgener Massen des Äthers. Die Ätherhypothese ist von der modernen Physik kurz darauf verworfen worden, dagegen gibt es ähnliche Erkärungsmuster für die Bewegungen von Körpern in der allgemeinen Relativitätstheorie (durch Gravitationsfelder gekrümmter Raum), die sich der nichteuklidischen Geometrie bedient.

Heinrich Hertz kommt das Verdienst zu, aus der ihm vorliegenden Situation weiterführende und bis heute tragende erkenntnistheoretische Konsequenzen gezogen zu haben. Berühmt geworden ist daher auch weniger Hertz' Spätwerk selbst, als vielmehr dessen bereits zitierte Einleitung, in der Hertz sich ein Instrumentarium schafft, seinen eigenen Aufbau der Mechanik und die beiden bis dahin bekannten hinsichtlich der Vor- und Nachteile gegeneinander abzuwägen. Damit sollte deutlich sein, wie sehr sich die Lage der exakten Wissenschaften seit ihren mit Galileis Namen verbundenen Anfängen geändert hat. Ihr Boden ist schwankend geworden. An die Stelle unabänderlicher Wahrheit ist die Abwägung von Vor- und Nachteilen konkurrierender mathematischer Theorien getreten. Aus dieser neuen Situation hat Hertz als Erster die Konsequenz gezogen.

Anforderungen an Modelle

Der hier beschriebene und von Hertz konstatierte Verlust der Eindeutigkeit hat Folgen: Die durch Abbildung 1 skizzierte „eine fundamentale Beziehung“, der die „inneren Scheinbilder und Symbole“ genügen müssen, lässt verschiedene Möglichkeiten offen. Das hat zur Konsequenz, dass für die geeignete Auswahl von Modellen weitere Kriterien hinzutreten. Heinrich Hertz nennt die folgenden:

> „Eindeutig sind die Bilder, welche wir uns von den Dingen machen wollen, noch nicht bestimmt durch die Forderung, daß die Folgen der Bilder wieder die Bilder der Folgen seien.

Verschiedene Bilder derselben Gegenstände sind möglich und diese Bilder können sich nach verschiedenen Richtungen unterscheiden. Als unzulässig sollten wir von vornherein solche Bilder bezeichnen, welche schon einen Widerspruch gegen die Gesetze unseres Denkens in sich tragen, und wir fordern also zunächst, daß alle Bilder logisch zulässige oder kurz zulässige seien. Unrichtig nennen wir zulässige Bilder dann, wenn ihre wesentlichen Beziehungen den Beziehungen der äußeren Dinge widersprechen, das heißt wenn sie jener ersten Grundforderung nicht genügen. Wir verlangen demnach zweitens, daß unsere Bilder richtig seien. Aber zwei zulässige und richtige Bilder derselben äußeren Gegenstände können sich noch unterscheiden nach der Zweckmäßigkeit. Von zwei Bildern desselben Gegenstandes wird dasjenige das zweckmäßigere sein, welches mehr wesentliche Beziehungen des Gegenstandes widerspiegelt als das andere; welches, wie wir sagen wollen, das deutlichere ist. Bei gleicher Deutlichkeit wird von zwei Bildern dasjenige zweckmäßiger sein, welches neben den wesentlichen Zügen die geringere Zahl überflüssiger oder leerer Beziehungen enthält, welches also das einfachere ist. Ganz werden sich leere Beziehungen nicht vermeiden lassen, denn sie kommen den Bildern schon deshalb zu, weil es eben nur Bilder und zwar Bilder unseres besonderen Geistes sind und also von den Eigenschaften seiner Abbildungsweise mitbestimmt sein müssen." [26]

Das Kriterium der (logischen) *Zulässigkeit* scheint das am leichtesten überprüfbare zu sein. Hierbei wird freilich von den Grundlagenproblemen der Mathematik abgesehen, die Hertz noch nicht geläufig waren und die auch heute in der mathematischen Modellierung keine Rolle spielen.

Den Gegenpol gibt das Kriterium der *Zweckmäßigkeit* ab. Welches von zwei Modellen das zweckmäßigere ist, ist oft eine Frage des Blickwinkels, unter dem reale Phänomene betrachtet werden, die akzeptierten Antworten darauf gut geeignet für einen Streit der „Schulen" und daher auch kurzfristigen historischen Veränderungen unterworfen.

Das Kriterium der *Richtigkeit* schließlich, also die Grundforderung, wird in der Physik, an die Hertz hier ausschließlich denkt, in der Regel durch ein Experiment überprüft, also durch die bewusste und theoriegeleitete Herstellung von Versuchsbedingungen, die den Idealvorstellungen des Modells möglichst nahe kommen und an denen sich seine Vorhersagen überprüfen lassen.

Das durch Hertz' abstrakte, von der Physik losgelöste Formulierung bereits nahe gelegte und im 20. Jahrhundert auch praktisch vollzogene Eindringen mathematischer Modelle in andere Wissenschaftsbereiche bringt eine methodische Schwierigkeit mit sich, die die Physik so nicht kennt, mit Ausnahme vielleicht in der Kosmologie: Klimamodelle, Modelle von Volkswirtschaften oder komplexer biologischer Systeme etwa lassen sich nicht experimentell überprüfen: Der Beobachter kann die im Modell unterstellten Idealbedingungen nicht herstellen, er muss das beobachtete System so nehmen, wie es ist. Hier dürfte das Hauptproblem bei der Übertragung der mathematisch-naturwissenschaftlichen Methode auf die meisten anderen Wissensgebiete liegen. Anders gesagt: Die Art der Überprüfung der Richtigkeit von Modellen ist durch das Wissensgebiet bestimmt, auf welches das Modell sich bezieht, sie kann etwa in den Sozialwissenschaften nicht dieselbe sein wie in der Physik. Das hat zur Folge, dass der Status der Mathematik und mathematischer Modelle in vielen Fachwissenschaften bis heute unklar geblieben und streitig ist.

Dennoch gibt es weitere Anforderungen an eine saubere mathematische Modellbildung, die sich auch außerhalb der Physik erfüllen lassen, aber leider oft nicht erfüllt werden:

„Wir haben bisher die Anforderungen aufgezählt, welche wir an die Bilder selbst stellen; etwas ganz anderes sind die Anforderungen, welche wir an eine wissenschaftliche Darlegung

[26] Hertz (1894, 2 f.)

solcher Bilder stellen. Wir verlangen von der letzteren, daß sie uns klar zum Bewußtsein führe, welche Eigenschaften den Bildern zugelegt seien um der Zulässigkeit willen, welche um der Richtigkeit willen, welche um der Zweckmäßigkeit willen. Nur so gewinnen wir die Möglichkeit an unseren Bildern zu ändern, zu bessern. Was den Bildern beigelegt wurde um der Zweckmäßigkeit willen, ist enthalten in den Bezeichnungen, Definitionen, Abkürzungen, kurzum in dem, was wir nach Willkür hinzutun oder wegnehmen können. Was den Bildern zukommt um ihrer Richtigkeit willen, ist enthalten in den Erfahrungstatsachen, welche beim Aufbau der Bilder gedient haben. Was den Bildern zukommt, damit sie zulässig seien, ist gegeben durch die Eigenschaften unseres Geistes. Ob ein Bild zulässig ist oder nicht, können wir eindeutig mit ja und nein entscheiden, und zwar mit Gültigkeit unserer Entscheidung für alle Zeiten. Ob ein Bild richtig ist oder nicht, kann ebenfalls eindeutig mit ja und nein entschieden werden, aber nur nach dem Stande unserer gegenwärtigen Erfahrung und unter Zulassung der Berufung an spätere reifere Erfahrung. Ob ein Bild zweckmäßig sei oder nicht, dafür gibt es überhaupt keine eindeutige Entscheidung, sondern es können Meinungsverschiedenheiten bestehen. Das eine Bild kann nach der einen, das andere nach der andern Richtung Vorteile bieten, und nur durch allmähliches Prüfen vieler Bilder werden im Laufe der Zeit schließlich die zweckmäßigsten gewonnen.“ [27]

Hertz gibt hier ebenso klar wie allgemein Bedingungen an, die beachten sollte, wer sich in seiner Wissenschaft mathematischer Modelle bedient. Wer das nicht will oder kann, sollte besser die Finger von der Anwendung der Mathematik auf den behandelten Gegenstandsbereich lassen, wofür es ja gute Gründe geben kann. Tatsächlich haben aber das mit der Mathematik verbundene Renommee und der durch sie erzeugte Anschein von Exaktheit dazu geführt, dass ganze Wissenschaftszweige sich ihrer bedienen und dabei so gut wie keine der hier von Hertz aufgestellten Grundregeln beachten.

Ein Beispiel dafür bietet die sich selbst als „moderne Wirtschaftstheorie“ verstehende Volkswirtschaftslehre neoklassischer Provenienz.[28] Aus der Unkenntnis oder bewussten Missachtung jeglicher zur mathematischen Modellierung gehörigen Grundregeln versucht Friedman (1953), gar eine eigene „Methodologie“ zu machen: Dass die moderne Wirtschaftstheorie bekanntermaßen mit falschen und einander sogar widersprechenden Annahmen operiert[29], wird von ihm nicht als Fehler, sondern als Stärke gesehen. Es komme nur darauf an, mit ihnen zu richtigen oder jedenfalls falsifizierbaren Prognosen zu kommen. Das hier propagierte Vorgehen besteht darin, auf jede Erklärung und jedes Verständnis der prognostizierten Empirie von vornherein zu verzichten. Genauso gut könnte man sich seine Hypothesen von einem Zufallsgenerator erzeugen lassen. Mit mathematischer Modellierung im Sinne von Hertz hat das jedenfalls nichts zu tun.

Grenzen mathematischer Naturerkenntnis

Von den erkenntnistheoretischen Konsequenzen der wissenschaftlichen Revolution im Übergang vom 19. auf das 20. Jahrhundert, denen sich Heinrich Hertz als einer der ersten bewusst war, scheint bei den meisten naturwissenschaftlich Tätigen wenig angekommen zu sein. Zwar weiss

[27] Hertz (1894, 3)
[28] Vgl. Ortlieb (2004)
[29] Dass mathematische Modelle ohne idealisierende Annahmen nicht auskommen, gehört zum Geschäft, weil ohne sie die komplexe Wirklichkeit sich nicht in mathematische Form bringen lässt. Die Annahmen bestimmen den Gültigkeitsbereich des Modells, sich widersprechende Annahmen (unzulässig laut Hertz) machen ihn leer. Die neoklassische „Methodologie“ scheint demgegenüber darin zu bestehen, sich um den Gültigkeitsbereich ihrer Modelle einfach nicht zu scheren.

heute jeder, dass Mathematik ein Fach eigenen Rechts mit einem speziellen, nur durch die Widerspruchsfreiheit konstituierten Wahrheitsbegriff ist. Die Folgen für die Beziehung der Mathematik zu anderen Wissenschaften mit anderem, an der Erfahrung orientiertem Wahrheitbegriff werden hingegen nicht durchdacht, sondern mystifiziert. Daraus resultierende Deutungen unterscheiden sich in der Tat nur wenig von magischen Naturvorstellungen:

> „Echte Wissenschaft hingegen bleibt wirkliche Magie. Es ist faszinierend zu sehen, wie viele physikalische Phänomene sich mit unheimlicher Genauigkeit an Theorien und Formeln halten, was nichts mit unseren Wünschen oder kreativen Impulsen, sondern mit der reinen Wirklichkeit zu tun hat. Es macht einen völlig sprachlos, wenn es sich herausstellt, daß Phänomene, die zunächst nur theoretisch begründet und mit Formeln errechnet worden sind, sich in der Folge als Realität erweisen. Warum sollte die Wirklichkeit so sein? Es ist reine Magie!“[30]

Warum passt die Mathematik, die doch unseren eigenen Köpfen entspringt, so gut auf die Natur, die damit doch eigentlich gar nichts zu tun hat? Für Galilei und Newton konnte das noch gar keine Frage sein, denn die Natur hatte ja bei ihnen mit Mathematik zu tun, war mit ihr quasi identisch. Heute dagegen löst diese Frage, wie hier bei dem Mathematiker Dewdney, regelmäßig ehrfürchtiges Staunen aus, je nach Standort entweder über die Mathematik, die so Großes zu leisten vermöge, oder über die Natur, die so rational eingerichtet sei. Wenn selbst professionelle Wissenschaftstheoretiker über diesen Stand nicht hinauskommen, ziehen sie zu Recht den Spott auf sich:

> „Carnap, einer der radikalsten Positivisten, hat es einmal als Glücksfall bezeichnet, daß die Gesetze der Logik und reinen Mathematik auf die Realität zutreffen. Ein Denken, das sein ganzes Pathos an seiner Aufgeklärtheit hat, zitiert an zentraler Stelle einen irrationalen – mythischen – Begriff wie den des Glücksfalls, nur um die freilich an der positivistischen Position rüttelnde Einsicht zu vermeiden, daß der vermeintliche Glücksumstand keiner ist, sondern Produkt des naturbeherrschenden ... Ideals von Objektivität. Die von Carnap aufatmend registrierte Rationalität der Wirklichkeit ist nichts als die Rückspiegelung subjektiver ratio.“ [31]

Die Mathematik – das wusste bereits Kant – liegt nicht in der Natur, sondern in unserer spezifischen Erkenntnis[32] der Natur. Erst recht gilt das für ein mathematisches Instrumentarium, dem mit dem Gewinn seiner Unabhängigkeit die Denknotwendigkeit verloren gegangen ist und das wir daher – in den Worten von Hertz – nach Aspekten der Zweckmäßigkeit auswählen, dem wir Details „nach Willkür hinzutun oder wegnehmen können“.

Dass „gewisse Übereinstimmungen vorhanden sein (müssen) zwischen der Natur und unserem Geiste“, wovon auch Hertz spricht, wird in der Physik dadurch gewährleistet, dass die Natur im Experiment an unseren Geist, also an die mathematischen Idealbedingungen angepasst und die besagte Übereinstimmung damit erst hergestellt wird. Lassen sich dagegen die im Modell unterstellten Idealbedingungen nicht oder nur unzureichend herstellen, so bleiben die zu beobachtenden „Naturgesetze“ letztlich mathematische Fiktionen, wie jeder wissen könnte, der einmal Modelle und Daten „gefittet“ hat. Die Gesetzmäßigkeit steckt allein in der mathematische Funktion des Modells, während die Abweichungen der Beobachtungsdaten davon durch

[30] Dewdney (1998, 30)
[31] Adorno (1969, 30)
[32] Dass sie *historisch* spefisch ist, wusste Kant freilich nicht oder wollte – als Denker der Aufklärung – davon nicht wissen.

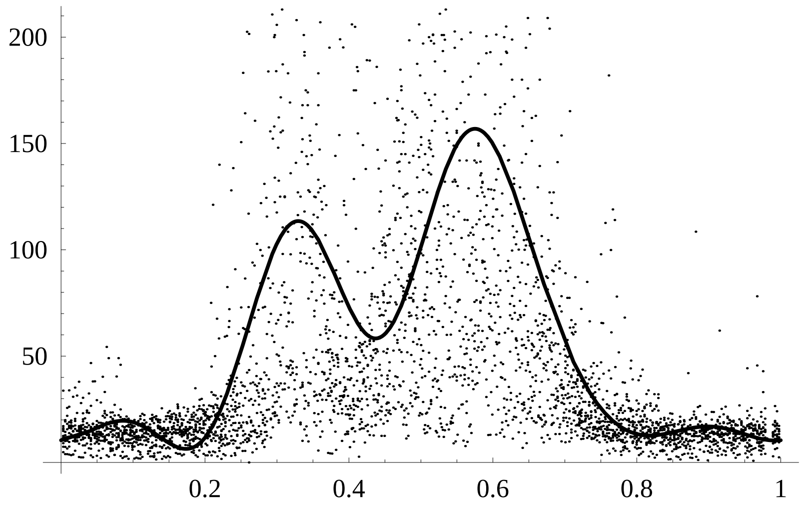

Abbildung 4: Beobachtungsdaten und „Gesetzmäßigkeit“, hier am Beispiel des mittleren Jahresgangs einer Phytoplanktondichte, Helgoland-Reede-Daten 1976 - 1991

externe „Störungen“ erklärt werden, die sich der Modellierung entziehen. Abbildung 4 gibt dafür ein beliebig herausgegriffenes Beispiel.

Unter der *Annahme*, die Wirklichkeit folge mathematischen Gesetzen, versuchen wir diejenige mathematische Struktur und Gesetzmäßigkeit herauszufinden, die mit kontrollierten Beobachtungen am besten zusammenpasst. Offenbar funktioniert das in vielen Bereichen, nur folgt daraus eben nicht die Richtigkeit der zu Grunde liegenden Annahme. Umgekehrt wird es schlüssig: Durch die Wahl eines bestimmten Instrumentariums – das der exakten Wissenschaften – fokussieren wir und beschränken wir uns auf die Erkenntnis derjenigen Aspekte der Wirklichkeit, die sich mit diesem Instrumentarium erfassen lassen. Und es spricht nichts dafür, dass das schon die ganze Wirklichkeit wäre oder einmal werden könnte.

Damit sind die Grenzen mathematischer Naturerkenntnis zwar nicht bestimmt, aber immerhin benannt. Die Identität von Natur und Mathematik, wie sie Galilei oder Newton noch postulieren konnten, ist endgültig dahin, und dafür hat nicht zuletzt die historische Entwicklung der Naturwissenschaften und der Mathematik selbst gesorgt.

Als ein ideologisches Selbstverständnis steckt sie freilich weiterhin in vielen Köpfen. Anders ist jedenfalls nicht zu verstehen, dass Begriffe wie „Künstliche Intelligenz“ oder „Weltformel“ nicht nur zum Zwecke der Selbstreklame und Einwerbung von Forschungsgeldern, sondern durchaus in einem emphatischen Sinne gebraucht werden, als wären sie wörtlich zu verstehen, als könnten also mathematische Maschinen wirklich intelligent sein und mithin Bewusstsein besitzen, oder als hätten wir die Welt „im Griff“, wenn wir denn nur eine Formel für sie hätten. Die mathematisch-naturwissenschaftliche Methode wird hier als grenzenlos gedacht: keine Frage, die wir mit ihr nicht irgendwann würden beantworten können, kein Problem, das ihr unzugänglich wäre.

Die Grenzen des eigenen Instrumentariums – hier das der exakten Wissenschaften, der mathematischen Modellierung also – nicht sehen zu können, ist ein sicheres Zeichen für die Bewusstlosigkeit, mit der es eingesetzt wird. Angesichts der offenbaren Unmöglichkeit, die großen Menschheitsprobleme mit naturwissenschaftlichen Mitteln allein lösen zu können, wäre eine gewisse Bescheidenheit durchaus angebracht, wie sie – im Sinne des sokratischen Worts, „dass ich, was ich nicht weiß, auch nicht glaube zu wissen“[33] – nur aus einer selbstreflexiven Bewusstheit für das eigene Denken und Tun erwachsen kann. Heinrich Hertz hatte diese Bewusstheit.

Literatur

ADORNO, T. W.: *Einleitung*, in: Adorno u. a., *Der Positivismusstreit in der deutschen Soziologie*, 7 - 79, Neuwied 1969

BOCKELMANN, E.: *Im Takt des Geldes. Zur Genese modernen Denkens*, Springe 2004

CASSIRER, E.: *Das Erkenntnisproblem in der Philosophie und Wissenschaft der neueren Zeit. Vierter Band*, 2. Aufl. von 1957, Nachdruck, Darmstadt 1994

DEWDNEY, A. K.: *Alles fauler Zauber?*, Basel 1998

FRIEDMAN, M.: *The methodology of positive economics*, in M. Friedman: Essays in positive economics, 5 - 43, Chikago 1953

GALILEI, G.: *Discorsi e dimostrazioni matematiche, intorno a due novo scienze*, 1638, Übersetzung von A. v. Oettingen 1890, Nachdruck,

GREIFF, B. v.: *Gesellschaftsform und Erkenntnisform. Zum Zusammenhang von wissenschaftlicher Erfahrung und gesellschaftlicher Entwicklung*, Frankfurt 1976

HERTZ, H.: *Die Prinzipien der Mechanik in neuem Zusammenhange dargestellt*, Leipzig 1894

HILBERT, D.: *Die Hilbertschen Probleme. Vortrag "Mathematische Probleme", gehalten auf dem 2. Internationalen Mathematikerkongreß Paris 1900,*, 4. Aufl., Thun 1998

HUME, D.: *An enquiry concerning human understanding*, 1748, Übersetzung von R. Richter, Hamburg 1993

KANT, I.: *Kritik der reinen Vernunft*, 1781, 2. Auflage 1787, Nachdruck, Hamburg 1990

KANT, I.: *Metaphysische Anfangsgründe der Naturwissenschaft*, 1786, Kants Werke auf CD-ROM, Berlin 1996

KOYRÉ, A.: *Leonardo, Galilei, Pascal. Die Anfänge der neuzeitlichen Naturwissenschaft*, Frankfurt 1998

MEHRTENS, H.: *Moderne - Sprache - Mathematik*, Frankfurt 1990

NEUNZERT, H. / ROSENBERGER, B.: *Oh Gott, Mathematik!?*, Stuttgart - Leipzig 1997

NEWTON, I.: *Philosophia naturalis principia mathematica*, 1687, Übersetzung von E. Dellian, Hamburg 1988

ORTLIEB, C. P.: *Bewusstlose Objektivität. Aspekte einer Kritik der mathematischen Naturwissenschaft*, Krisis 21/22, 15 - 51, Bad Honnef 1999

ORTLIEB, C. P.: *Methodische Probleme und methodische Fehler der mathematischen Moellierung in der Vorlkswirtschaftslehre*, Mitt. Math. Ges. Hamburg 23, 1 - 24, Hamburg 2004

PEIFFER, J. / DAHAN-DALMEDICO, A.: *Wege und Irrwege - Eine Geschichte der Mathematik*, Basel 1994

PLATON: Sämtliche Werke, Übersetzt von Friedrich Schleiermacher, Band 1, Hamburg 1994

[33] Platon, Apologie des Sokrates, PLATON (1994, 18)

Prof. Dr. Claus Peter Ortlieb
Department Mathematik der Universität Hamburg
Zentrum für Modellierung und Simulation
Bundesstraße 55
D-20146 Hamburg

www.math.uni-hamburg.de/home/ortlieb/
ortlieb@math.uni-hamburg.de