

## M Mittelstufe

**Aufgabe 1** (3 P.). Jede von 100 Zahlen wird um 1 erhöht. Daraufhin wird ein weiteres Mal jede Zahl um 1 erhöht. Es ist bekannt, dass sich beim ersten Erhöhen die Summe der Quadrate aller Zahlen nicht verändert hat. Wie verändert sich die Summe der Quadrate beim zweiten Erhöhen?

**Aufgabe 2** (4 P.). Olgas Mutter backt 15 Pasteten, die sie auf einer runden Platte im Kreis anordnet: Sieben Pasteten mit Kohl gefüllt, sieben mit Fleisch und eine mit Kirschen legt sie genau in dieser Reihenfolge auf die Platte, die sie danach in die Mikrowelle stellt. Alle Pasteten sehen gleich aus, aber Olga weiß die Reihenfolge. Leider weiß sie nicht, wie die Platte in der Mikrowelle verdreht wurde. Olga möchte die mit Kirschen gefüllte Pastete bekommen. Kann Olga sicher ihre Lieblingspastete essen, wenn sie nicht mehr als drei andere Pasteten probieren darf?

**Aufgabe 3** (4 P.). Eine  $7 \times 5$ -Tabelle ist so mit Zahlen gefüllt, dass in jedem (vertikalen und horizontalen)  $2 \times 3$ -Rechteck die Summe der Einträge 0 ergibt. Peter kennt die Einträge nicht, kann sich aber für zehn Dollar jeweils eine Zelle aussuchen, deren Eintrag er genannt bekommt. Was ist der niedrigste Betrag, den Peter ausgeben muss, um danach sicher die Gesamtsumme aller Einträge in der Tabelle zu wissen?

**Aufgabe 4** (5 P.). Im Dreieck  $\triangle ABC$  sei  $M$  der Mittelpunkt von  $AB$ .  $L$  liege so auf der Seite  $BC$ , dass die Strecke  $AL$  doppelt so lang ist wie die Seitenhalbierende  $CM$ . Beweise unter der Voraussetzung  $\angle CLA = 45^\circ$ , dass  $AL$  senkrecht auf  $CM$  steht.

**Aufgabe 5** (6 P.). Ali Baba und die 40 Räuber wollen den Bosphorus überqueren (die Meerenge zwischen Europa und Kleinasien). Sie haben sich so in einer Reihe aufgestellt, dass jeweils diejenigen, die nebeneinander stehen, auch befreundet sind. Am Anfang steht Ali Baba und der Räuber neben seinem Nachbarn ist ebenfalls Ali Babas Freund. Es gibt nur ein Boot, das nur zwei oder drei Personen tragen kann, die alle befreundet sein müssen. Eine einzelne Person kann nicht allein segeln. Können Ali Baba und die 40 Räuber in jedem Fall die Meerenge überqueren?

---

Alle Aussagen sind zu begründen! Bitte eine lesbare Reinschrift anfertigen! An Hilfsmitteln sind nur das ausgegebene Papier, Schreibgerät, Zirkel und Lineal zugelassen. Auf jedem Blatt sind der Name, Vorname und die Nummer der Aufgabe einzutragen. Gewertet werden höchstens drei Aufgaben.

Zeit: 4 Stunden.

Viel Erfolg!

