

## M Mittelstufe

**Aufgabe 1** (3 P.). In ein konvexes 2009-Eck werden sämtliche Diagonalen eingezeichnet. (Diagonalen verbinden alle nicht-benachbarten Ecken.) Es sei eine Gerade gegeben, die dieses 2009-Eck schneidet aber keine seiner Ecken trifft. Zeige, dass die Gerade eine gerade Anzahl von Diagonalen schneidet.

**Aufgabe 2** (4 P.). Für die Potenz „ $a$  hoch  $b$ “ schreiben wir  $a^b$  anstelle der üblichen Schreibweise  $a^b$ . In dem Ausdruck  $7^{7^{7^{7^{7^{7^7}}}}$  müssen noch Klammern gesetzt werden, um die Reihenfolge der Rechenoperationen festzulegen,  $((7^7)^{(7^7)})^{((7^7)^7)}$  wäre eine Möglichkeit. (Es müssen genau 5 Paare von Klammern verwendet werden.) Kann man die Klammern auf zwei unterschiedliche Weisen setzen und dennoch das gleiche Ergebnis herausbekommen?

**Aufgabe 3** (4 P.). Vlad möchte einige gleich große Würfel anfertigen. Auf die Seitenflächen der Würfel sollen derart Ziffern geschrieben werden, dass er jede 30-stellige Zahl darstellen kann, indem er 30 Würfel in eine Reihe legt. (Die Zahl soll dann auf der Oberseite der Würfel zu lesen sein.) Welches ist die kleinste Anzahl an Würfeln, mit denen Vlad dies erreichen kann? Hierbei gehen die Ziffern 6 und 9 nicht durch Drehung ineinander über.

**Aufgabe 4** (4 P.). Es wird eine positive ganze Zahl vorgegeben. Wenn wir diese um 10% vergrößern, erhalten wir erneut eine ganze Zahl. Ist es möglich, dass dabei die Quersumme um genau 10% kleiner wird?

**Aufgabe 5** (5 P.). Im Rhombus  $ABCD$  sei  $\angle BAD = 120^\circ$ . Nun wird ein Punkt  $M$  auf der Kante  $BC$  sowie ein Punkt  $N$  auf der Kante  $CD$  gewählt, so dass  $\angle MAN = 30^\circ$ . Beweise, dass der Mittelpunkt des Umkreises von  $\triangle AMN$  auf einer Diagonalen des Rhombus liegt.

---

Alle Aussagen sind zu begründen! Bitte eine lesbare Reinschrift anfertigen! An Hilfsmitteln sind nur das ausgegebene Papier, Schreibgerät, Zirkel und Lineal zugelassen. Auf jedem Blatt sind der Name, Vorname und die Nummer der Aufgabe einzutragen. Gewertet werden höchstens drei Aufgaben.

Zeit: 4 Stunden.

Viel Erfolg!