

# Komplexe Funktionen für Studierende der Ingenieurwissenschaften

## Blatt 1

### Aufgabe 1:

Charakterisieren Sie durch eine Skizze oder mit Worten die folgenden Teilmengen der komplexen Ebene:

$$M_1 = \{z \in \mathbb{C} \mid |z| \leq 2\},$$

$$M_2 = \{z \in \mathbb{C} \mid |z - 1 + 2i| \leq 1\},$$

$$M_3 = \{z \in \mathbb{C} \mid |z - 1 - i| + |z - 1 - 3i| = 4\},$$

$$M_4 = \{z \in \mathbb{C} \mid \operatorname{Re} z + 1 = |z|\},$$

$$M_5 = \{z \in \mathbb{C} \mid z + \bar{z} = 1\}.$$

### Aufgabe 2:

a) Sei  $c \in \mathbb{C}$  und  $R \in \mathbb{R}$ ;  $R \geq 0$ . Zeigen Sie, dass dann die Äquivalenz

$$|z - c| = R \iff z\bar{z} - c\bar{z} - \bar{c}z + c\bar{c} = R^2$$

gilt.

b) Welche Kurve wird folglich durch die Bedingung

$$z\bar{z} - \frac{i}{2}\bar{z} + \frac{i}{2}z = 0$$

beschrieben?

**Aufgabe 3:**

Gegeben sei die Abbildung  $w = f(z) := \frac{1}{z}$  mit  $z \neq 0$ .

a) Bestimmen Sie die Bilder

- (i) der Strahlen  $\arg(z) = \varphi_0$ ,
- (ii) der Geraden  $\operatorname{Re}(z) = x_0$ ,
- (iii) der Geraden  $\operatorname{Im}(z) = y_0$ .

b) Zeigen Sie, dass das Bild eines Kreises, der nicht durch Null geht, ein Kreis ist. Bestimmen Sie den Mittelpunkt und den Radius des Bildkreises.

Was ist folglich das Bild von  $|z - 2| = 1$ ?

**Hinweis:** Man verwende Aufgabe 2.

c) Was ist das Bild des Kreises  $|z - \frac{i}{2}| = \frac{1}{2}$ ?

**Aufgabe 4:**

Geben Sie eine Funktionsvorschrift an, die den Streifen  $0 \leq \operatorname{Im} z \leq \pi$  auf den Keil  $0 \leq \arg z \leq \frac{\pi}{4}$  abbildet.

**Abgabetermin:** 12.4.05