

Komplexe Funktionen für Studierende der Ingenieurwissenschaften

Blatt 5

Aufgabe 17:

Man gebe **alle** Potenzreihenentwicklungen der Funktion

$$f(z) = \frac{1}{z^2 - 3z}$$

zum Entwicklungspunkt

a) $z_0 = 1,$ b) $z_0 = 0$

an. Wo konvergieren die Reihen jeweils?

Aufgabe 18:

Man bestimme die Laurententwicklung der Funktion

a) $f(z) = \frac{\sin z}{z^3}$ im Punkt $z_0 = 0,$

b) $f(z) = (z + i) \cos\left(\frac{1}{z - \pi}\right)$ im Punkt $z_0 = \pi$

und gebe die Residuen von $f(z)$ in z_0 an.

Aufgabe 19:

Für die folgenden Funktionen

$$\text{a) } f(z) = \frac{z^2}{z^4 - 1}, \quad \text{b) } f(z) = \frac{\cos z - 1}{z},$$

$$\text{c) } f(z) = \cos \frac{1}{z}, \quad \text{d) } f(z) = \tanh z$$

bestimme man:

Lage und Art der (endlichen) Singularitäten, die zugehörigen Residuen und die ersten drei (nichtverschwindenden) Summanden der Laurentreihe um $z = 0$, die für große z konvergiert.

Aufgabe 20:

- a) Man bestimme mit Hilfe der Laurent-Reihe die Partialbruchzerlegung der rationalen Funktion

$$f(z) = \frac{4z^3}{z^4 + 4}.$$

- b) Man berechne folgendes Integral mit Hilfe des Residuensatzes

$$\int_c \frac{32z}{z^4 - 256} dz,$$

dabei ist c die im positiven Sinn durchlaufene Ellipse

$$\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1.$$

Abgabetermin: 29.6.2004