Fachbereich Mathematik der Universität Hamburg **SoSe 2002**
Prof. Dr. H.J. Oberle
Dr. K. Rothe

Komplexe Funktionen für Studierende der Ingenieurwissenschaften

Blatt 2

Aufgabe 5: Nichtturbulente Strömung über eine Mauer:

a) Man bestätige, dass $w = \sqrt{z^2+1}$ die zwischen $z = 0$ und $z = i$ geschlitzte obere z-Halbebene auf den Bereich Im $w > 0$ abbildet.
(Abbildungsschritte: $z \to z^2 \to z^2+1 \to \sqrt{z^2+1}$)

b) Wie ist der Schnitt für die Wurzel zu legen?

c) Wie lautet die Umkehrabbildung?

d) Man gebe eine Parameterdarstellung für die Stromlinien Im w =const an.

Aufgabe 6: (alte Klausuraufgabe)

Gegeben sei die Funktion $T : \mathbb{C} \to \mathbb{C}$ mit

$$T(z) = \frac{2(1+i)z}{z-1-i}\,.$$

a) Man überprüfe, ob es sich bei T um eine Möbiustransformation handelt.

b) Man berechne alle Fixpunkte von T in kartesischer und Polardarstellung.

c) Man bestimme das Bild der Winkelhalbierenden Re z = Im z.

d) Worauf wird die Halbebene oberhalb der Winkelhalbierenden abgebildet?

e) Man berechne die Umkehrabbildung von T.

Aufgabe 7:

Man überprüfe, welche der folgenden Funktionen komplex differenzierbar sind:

a) $f(z) = \sin(\mathrm{Re}\ z)$,

b) $f(z) = \mathrm{Re}(\sin(z))$,

c) $f(z) = \mathrm{Im}(\sin(\mathrm{Re}\ z))$,

d) $f(z) = ze^z$,

e) $f(z) = z^2|z|$,

f) $f(z) = \dfrac{\sin z}{|z|^2 + 1}$.

Aufgabe 8:

Man zeige mit Hilfe der Cauchy-Riemannschen Differentialgleichungen:

Ist f holomorph auf D und gilt eine der folgenden Bedingungen

a) $\mathrm{Re}\ (f) = \mathrm{const}$,

b) $\mathrm{Im}\ (f) = \mathrm{const}$,

c) $|f| = \mathrm{const}$.

dann ist $f = \mathrm{const}$.

Abgabetermin: 30.4. und 3.5.02