Aufgabe 1:

a) Gegeben sei die Differentialgleichung

$$zu_{xy} - yu_{xz} = 0\,.$$

(i) Man substituiere $v := u_x$ und gebe die resultierende Differentialgleichung für v an.

(ii) Man löse die in a)(i) entstehende Differentialgleichung für v mit Hilfe der Phasendifferentialgleichung, indem man y als unabhängige Variable einführt.

(iii) Man bestimme die Lösung u des Ausgangsproblems.

b) Man ermittle partikuläre Lösungen von

$$x^2 u_x + u_y + \frac{u_z}{z} + \left(x + \frac{2}{y} + 1\right) u = 0$$

durch einen Produktansatz.

Aufgabe 2:

Gegeben sei folgende Anfangsrandwertaufgabe für die Wärmeleitungsgleichung:

$$\begin{array}{rcll} u_t & = & 4u_{xx} & \text{für} \quad 0 < x < 6\,, \quad 0 < t \\ u(0,t) & = & 3 & \text{für} \quad 0 \le t \\ u(6,t) & = & 3 & \\ u(x,0) & = & u_0(x) & \text{für} \quad 0 \le x \le 6\,. \end{array}$$

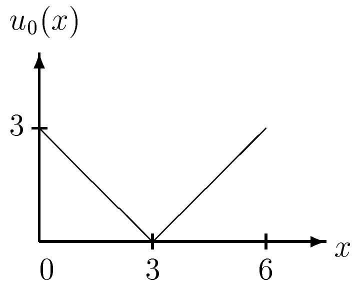

Bild Anfangsfunktion u_0

a) Man gebe $u_0(x)$ an.

b) Man transformiere das gegebene Problem in u zuerst in ein Problem in v mit homogenen Randbedingungen.

c) Man löse das transformierte Problem in v.

Hinweis: Es darf die sich aus dem Produktansatz ergebende Lösungsdarstellung verwendet werden.

d) Man gebe die Lösung u an.

e) Man bestimme den maximalen Funktionswert von u im zu Grunde liegenden Gebiet $G := [0,6] \times [0,\infty[$.