

## Differentialgleichungen II für Studierende der Ingenieurwissenschaften

### Batt 1

#### Aufgabe 1:

Die Telegraphengleichung

$$u_{tt} - u_{xx} + 2u_t + u = 0$$

beschreibt den zeitlichen Verlauf der Signalspannung  $u$  am Ort  $x > 0$  in einem langen Übertragungskabel.

Gesucht ist die Signalspannung, wenn am Rand  $x = 0$  des Übertragungskabels ein periodisches Signal der Form  $u(0, t) = 3 \sin 2t$ ,  $t \geq 0$  eingespeist wird. Außerdem soll die Signalspannung für  $x \rightarrow \infty$  beschränkt sein.

- Man zeige, dass ein Produktansatz der Form  $u(x, t) = X(x) \cdot T(t)$  nicht zu einer Lösung führt.
- Man versuche den Lösungsansatz  $u(x, t) = u_0 e^{-ax} \sin(2t - bx)$  mit  $a, b \in \mathbb{R}$ .

#### Aufgabe 2:

Lösen Sie mit Hilfe der Methode der Charakteristiken die Gleichungen

- $xu_x + yu_y = 2u$
- $uu_x + u_y = 1$
- $xu_x + 2yu_y = 3u$

#### Aufgabe 3:

Bestimmen Sie die Lösungen der beiden Anfangswertaufgaben

$$u_t - 2u_x = 0$$

und

$$u_t + xu_x = 0$$

mit der Anfangsbedingung  $u(x, 0) = x^3$ .

**Aufgabe 4:**

Gegeben sei die Differentialgleichung

$$u_t + \left(\frac{u^2}{2}\right)_x = 0$$

mit den Anfangsdaten

a)

$$u(x, 0) = \begin{cases} 0 & \forall x \geq 0 \\ 1 & \forall x < 0 \end{cases}$$

b)

$$u(x, 0) = \begin{cases} 1 & \forall x \geq 0 \\ 0 & \forall x < 0 \end{cases}$$

Fertigen Sie Skizzen der Charakteristiken an. In welchen Bereichen können Sie die Lösung eindeutig angeben? Wo ist die Lösung nicht definiert?

**Abgabetermin:** 22.04.2003