Fachbereich Mathematik der Universität Hamburg **SoSe 2002**
Prof. Dr. H.J. Oberle
Dr. K. Rothe

Differentialgleichungen II
für Studierende der Ingenieurwissenschaften

Blatt 3

Aufgabe 9:

Gegeben sei die Wellengleichung $u_{tt} = c^2 u_{xx}$.

a) Man zeige, dass durch $u(x,t) = f_1(x-ct) + f_2(x+ct)$ mit beliebigen C^2-Funktionen f_1 und f_2 eine Lösung der Wellengleichung gegeben ist.

b) Man zeige umgekehrt, dass jede Lösung der obigen Wellengleichung von der in a) angegebenen Form ist. Man transformiere die Differentialgleichung dazu mit Hilfe der Kettenregel zunächst auf die neuen Variablen $\xi = x - ct$ und $\eta = x + ct$.

c) Man berechne die Lösung von $u_{tt} = u_{xx}$ zu den Anfangswerten $u(x,0) = \sin x$ und $u_t(x,0) = e^x$ mit Hilfe von a)+b).

Aufgabe 10: (alte Klausuraufgabe)

Man berechne die Lösung der Anfangswertaufgabe

$$\begin{aligned} u_{tt} - u_{xx} &= -4x\,, && x \in \mathbb{R},\ t > 0\,, \\ u(x,0) &= 1\,, && x \in \mathbb{R}\,, \\ u_t(x,0) &= \cos x\,, && x \in \mathbb{R} \end{aligned}$$

und bestätige die Lösung durch Einsetzen in die Anfangswertaufgabe.

Hinweis: Man bestimme zunächst eine Lösung der inhomogenen Differentialgleichung in Polynomform, löse die homogene Differentialgleichung mit Hilfe der d´Alembertschen Lösungsformel und verwende anschließend das Superpositionsprinzip.

Aufgabe 11:

Gegeben sei die partielle Differentialgleichung zweiter Ordnung

$$u_{xx} + 6x^2 u_{xy} + +18x^4 u_{yy} = 0 \quad \text{mit} \quad x > 0.$$

a) Man bestimme den Typ der Differentialgleichung und

b) transformiere sie auf Normalform.

Aufgabe 12:

Gegeben sei die partielle Differentialgleichung zweiter Ordnung

$$x^2 u_{xx} + 2xy u_{xy} + y^2 u_{yy} + x^2 u_x + xy u_y = 0 \quad \text{mit} \quad x > 0.$$

a) Man bestimme den Typ der Differentialgleichung.

b) Man transformiere die Differentialgleichung auf Normalform und

c) berechne die allgemeine Lösung.

Abgabetermin: 7.5. und 10.5.02