

## Differentialgleichungen II für Studierende der Ingenieurwissenschaften

### Blatt 1

#### Aufgabe 1:

- a) Gegeben sei die lineare partielle Differentialgleichung erster Ordnung,

$$a_1 u_x + a_2 u_y = b(x, y),$$

mit konstanten Koeffizienten  $a_1, a_2 \in \mathbb{R}$  und  $a_1 \cdot a_2 \neq 0$ . Man transformiere die Differentialgleichung vermöge

$$\xi := a_2 x + a_1 y, \quad \gamma := a_2 x - a_1 y$$

in eine gewöhnliche Differentialgleichung.

- b) Mit Hilfe von a) bestimme man die Lösung  $u(x, t)$  der Anfangswertaufgabe

$$u_t + 2u_x = 0 \quad \text{mit} \quad u(x, 0) = x^2.$$

#### Aufgabe 2:

Gegeben sei die Anfangswertaufgabe

$$u_{xy} = u_x \cdot u_y + 1 \quad \text{mit} \quad u = u_x = 0 \quad \text{längs der Geraden} \quad y = -2x.$$

- a) Mit Hilfe des Ansatzes  $u(x, y) = \omega(y + 2x)$  löse man die Anfangswertaufgabe. Dabei ist  $\omega$  eine noch zu bestimmende Funktion.
- b) Man bestimme und skizziere den Definitionsbereich  $D$  der in a) berechneten Lösung.

### Aufgabe 3:

Man berechne mit Hilfe von Exponentialansätzen reelle Lösungen der folgenden Differentialgleichungen:

a)  $u(x, y) = e^{\alpha x + \beta y}$  für

(i)  $u_{xy} + u_x - u_y - u = 0$ ,

(ii)  $u_{xx} + u_{yy} = 0$ ,

b)  $u(x, y, t) = e^{\alpha x + \beta y + \gamma t}$  für  $u_t = u_{xx} + u_{yy} + 2u$ .

### Aufgabe 4:

Man löse

$$3(u - y)^2 u_x - u_y = 0 \quad \text{mit} \quad u(0, y) = y$$

mit Hilfe des Summenansatzes  $u(x, y) = f(x) + g(y)$ .

**Abgabetermin:** 9.4. und 12.4.02