

**Aufgabe 1:**

a) Man bestimme die allgemeine reelle Lösung von

$$\mathbf{y}' = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix} \mathbf{y} + \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \end{pmatrix}.$$

b) Man bestimme die allgemeine Lösung von

$$y''' - 4y'' + 5y' - 2y = 1.$$

c) Man löse die Randwertaufgabe

$$-y'' + y = 0 \quad \text{mit} \quad y'(0) = 1 \quad \text{und} \quad y'(1) = 1.$$

**Aufgabe 2:**

a) Man löse die Anfangswertaufgabe

$$y' = (x + y)^2 \quad \text{mit} \quad y(0) = 1.$$

*Tipp:* Mit der Substitution  $u(x) = y(x) + x$  vereinfacht sich die Aufgabe.

b) Gegeben sei die Anfangswertaufgabe

$$y' + 2xy = 2x \quad \text{mit} \quad y(0) = 2.$$

Man berechne  $y(0.2)$  näherungsweise mit Hilfe des Eulerschen-Polygonverfahrens und der konstanten Schrittweite  $h = 0.1$ .

c) Man untersuche alle Gleichgewichtspunkte der folgenden Differentialgleichungssysteme auf Stabilität und klassifiziere sie:

(i)  $\mathbf{y}' = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 4 & 1 \end{pmatrix} \mathbf{y},$

(ii)  $\mathbf{y}' = \begin{pmatrix} 0 & -3 \\ 4 & 0 \end{pmatrix} \mathbf{y}.$