

Differentialgleichungen I für Studierende der Ingenieurwissenschaften

Blatt 3

Aufgabe 9:

Bestimmen Sie ein Fundamentalsystem des linearen Differentialgleichungssystems

$$\frac{d}{dt} \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 1/t^2 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \end{pmatrix}, \quad t \neq 0.$$

Hinweis:

Eine Lösung suche man in Form eines Polynoms in t geeigneten Grades.

Aufgabe 10:

Lösen Sie die Anfangswertaufgabe

$$\begin{aligned} \dot{x} &= -x + 3y - 5, & x(0) &= 0, \\ \dot{y} &= -3x - y + 5, & y(0) &= 0, \\ \dot{z} &= -3y - z + 8, & z(0) &= 0. \end{aligned}$$

Wie lautet die allgemeine Lösung in reeller Form? Wie verhält sich die Lösung für $t \rightarrow \infty$?

Aufgabe 11:

Bestimmen Sie die allgemeine Lösung des Differentialgleichungssystems

$$y' = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 & -1 \\ 7 & 6 & 0 & -1 \\ 5 & -3 & 1 & 3 \\ -4 & -4 & 0 & 1 \end{pmatrix} y.$$

Aufgabe 12:

Bestimmen Sie die allgemeine Lösung des Differentialgleichungssystems:

$$\begin{aligned} y_1' &= y_2 + y_3, \\ y_2' &= y_1 + y_3, \\ y_3' &= y_1 + y_2. \end{aligned}$$