

Differentialgleichungen I für Studierende der Ingenieurwissenschaften

Blatt 2

Aufgabe 1:

a) Welche der folgenden Differentialgleichungen sind exakt, welche nicht:

(i) $xy^2(x+y)(2x+y) + x^2y(x+y)(x+2y)y' = 0$,

(ii) $y(2x+y) + x(x+2y)y' = 0$,

(iii) $\frac{1}{xy^2} + \frac{1 - 2(\ln x + \ln y)}{y^3}y' = 0$,

(iv) $4x^3 + y^2 - 1 + (2xy - y^3 + 2)y' = 0$,

(v) $y + y' = 0$.

b) Lösen Sie die folgende Anfangswertaufgabe:

$$(12xy + 3) + (6x^2)y' = 0, \quad y(1) = 1.$$

Aufgabe 2:

Man bestimme die allgemeine Lösung von

$$x + y\sqrt{x^2 + y^2} + \left(y + x\sqrt{x^2 + y^2}\right)y' = 0$$

Hinweise:

- Es gibt einen integrierenden Faktor der Form $m(\mu); \mu = \sqrt{x^2 + y^2}$.
- Es genügt eine implizite Darstellung der Lösung.

Aufgabe 3:

Lösen Sie die folgenden Anfangswertaufgaben:

a) $y'' \cdot y' = 4x, \quad y(0) = y'(0) = 0$

b) $y'' = y'(y + 1), \quad y(0) = 0, \quad y'(0) = \frac{1}{2}$

Aufgabe 4:

Gegeben sei die Anfangswertaufgabe

$$y' = 2t(y - 2), \quad y(0) = 3.$$

- a) Man bestimme mit Hilfe des Eulerschen-Polygonzug-Verfahrens mit $h = 0.25$ eine Näherung für $y(1)$.
- b) Man führe drei Schritte des Verfahrens der sukzessiven Approximation (vgl. Lehrbuch (21.1.11)) aus und berechne $y^{[3]}(1)$ als Näherung für $y(1)$.
- c) Man löse die gegebene Anfangswertaufgabe analytisch, berechne den Wert $y(1)$ und zeichne die Lösung.

Abgabetermine: 18.11-22.11.2002